

**УДК 004.94, 533.6.011**

**Математическая модель тепломассообмена на поверхностях  
теплонапряженных элементов ГЛА**

**Пашков О.А., Никитин П.В., Быков Л.В.**

**Аннотация**

В работе представлена математическая модель, описывающая параметры тепломассообмена, протекающего на поверхности теплонапряженных элементов конструкции гиперзвукового летательного аппарата (ГЛА). Модель основана на решении дискретных аналогов уравнений механики сплошной среды на двухмерных и трехмерных расчетных сетках.

Верификация разработанной математической модели выполнена путем сопоставления полученных результатов с данными известных работ по данной тематике. Полученные результаты позволяют утверждать, что разработанная модель вполне применима для определения параметров тепломассообмена на поверхности ГЛА.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, гиперзвуковой летательный аппарат, газовая динамика, тепломассообмен, многокомпонентное течение

## **Введение**

Интенсивное развитие авиационной и ракетно-космической техники и, в частности, создание летательных аппаратов, осуществляющих полет в атмосфере со скоростями, значительно превышающими скорость звука, породило проблему тепловой защиты конструкции летательных аппаратов от аэродинамического нагрева.

Физическая природа аэродинамического нагрева конструкции высокоскоростного ЛА обусловлена большой кинетической энергией набегающего потока. Вблизи поверхности аппарата, где поток тормозится, его кинетическая энергия выделяется в виде тепла. В результате этого процесса газ в потоке претерпевает физико-химические превращения.

В результате аэродинамического нагрева температура наиболее теплонапряженных элементов конструкции может превысить предельно допустимую, и привести к разрушению конструкции. Поэтому при проектировании гиперзвукового летательного аппарата необходимо заранее определить параметры теплообмена на его поверхности. Это позволит оптимизировать его характеристики, которые в значительной степени определяются параметрами необходимой тепловой защиты теплонапряженных элементов конструкции планера.

В данной работе представлена математическая модель и результаты численных исследований процессов теплообмена на поверхности теплонапряженных элементов ГЛА (носок фюзеляжа, передняя кромка крыла) при полёте в атмосфере, свойства которой могут быть описаны с помощью уравнений сплошной среды.

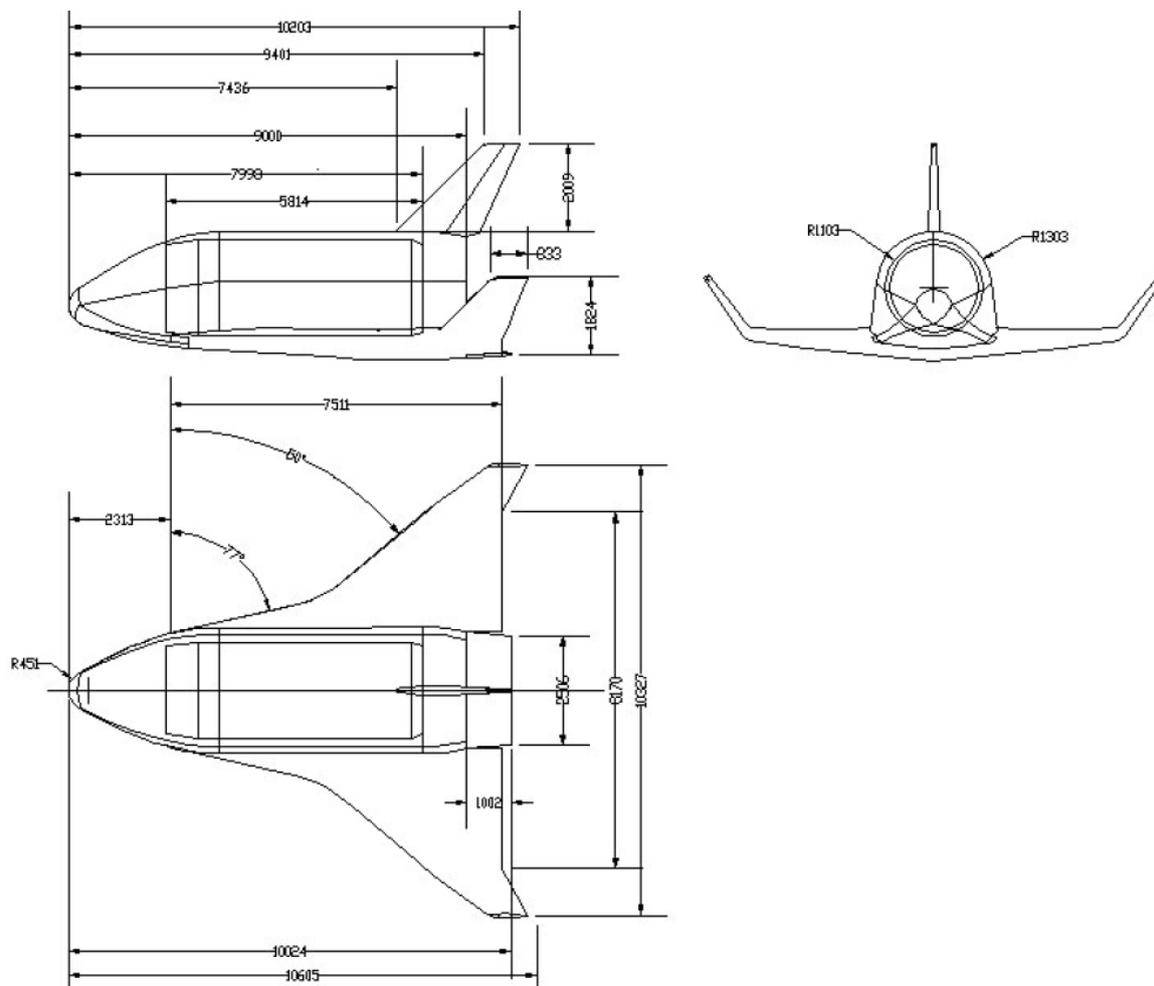
## **Постановка задачи.**

Математическая модель, предложенная в данной работе, была использована для проведения численных исследований теплообмена на наиболее теплонапряжённых элементах конструкции малоразмерного

крылатого возвращаемого аппарата. К таким элементам конструкции можно отнести носок фюзеляжа и передние кромки горизонтального и вертикального оперения.

Компоновка исследуемого аппарата была разработана в ЦАГИ [1] (Рис. 1). Она выполнена по схеме «бесхвостка» с низкорасположенным крылом двойной стреловидности.

Аппарат имел следующие геометрические параметры: длина – 10,2 м, размах крыла – 10,3 м, радиус носка фюзеляжа  $R_0 = 0,451$  м, радиус передней кромки крыла в концевом сечении  $R_1 = 0,078$  м, угол стреловидности наплыва крыла  $\chi_1 = 77$  градусов, угол стреловидности крыла  $\chi_2 = 50$  градусов.



**Рис. 1. Компоновка малоразмерного возвращаемого крылатого гиперзвукового аппарата ЦАГИ [1].**

Для описанного выше малоразмерного аппарата специалистами ЦАГИ была проведена серия расчётов [1], цель которых сводилась к поиску оптимальной траектории, реализующей максимум боковой дальности при заданном ограничении максимальной температуры на поверхности ГЛА. Для этого применялась методика, основанная на известном соотношении Фея-Ридделла для равновесного течения.

Для тех участков траектории, где была выявлена максимальная тепловая нагрузка, авторами была проведена серия расчётов двумерного неравновесного обтекания теплонапряженных элементов конструкции ГЛА с использованием математической модели вязкого пограничного слоя. Эти расчеты проводились для случая нулевой каталитической активности поверхности.

Траекторные параметры входа аппарата с орбиты в плотные слои атмосферы по экстремально теплонапряженной траектории были заимствованы из другой работы ЦАГИ [2]. Принималось, что угол атаки  $\alpha$  летательного аппарата в диапазоне высот 110 - 60 км равнялся  $35^\circ$ , а на высотах ниже 60 км убывал пропорционально изменению скорости полёта.

С использованием разработанной математической модели была проведена серия расчётов для пяти точек траектории, расположенных в области максимального аэродинамического нагрева. Параметры набегающего потока для этих пяти точек представлены в таблице 1.

**Таблица 1. Параметры набегающего потока**

Номер точки траектории	Высота, м	$M_\infty$	$p_\infty$ , Па	$T_\infty$ , К
1	83150	27.80	0.6160	192.5
2	80425	26.75	0.9804	197.8
3	77774	25.33	1.523	203.0
4	73330	22.34	3.114	211.7
5	62675	16.51	15.19	239.7

Результаты расчётов, полученные с использованием разработанной математической модели, сравнивались с расчётными данными работы [1].

Были рассмотрены два предельных случая: для абсолютной каталитической активности поверхности аппарата, ( $k_w \rightarrow \infty$ ) и для нулевой каталитической активности поверхности аппарата, ( $k_w \rightarrow 0$ ).

В обоих случаях поверхности элементов конструкции аппарата принимались химически нейтральными к компонентам набегающего потока, а все анализируемые поверхности считались непроницаемыми.

Принималось также, что интегральная излучательная способность поверхности ГЛА равнялась  $\varepsilon = 0,8$ .

### **Термодинамические свойства газа**

Известно, что при обтекании тела гиперзвуковым потоком в сжатом и пограничном слое, газ становится химически активным [3]. В нем реализуются реакции диссоциации, рекомбинации и ионизации. Наличие этих реакций изменяет механизм переноса теплоты и массы в пограничном слое. При этом процессы тепломассообмена между газовым потоком и поверхностью тела становятся более интенсивными.

В рамках данной работы, учитывая особенности гиперзвукового течения, воздух рассматривался в виде смеси из следующих одиннадцати компонентов: ( $N_2$ ,  $O_2$ ,  $NO$ ,  $N$ ,  $O$ ,  $NO^+$ ,  $N_2^+$ ,  $O_2^+$ ,  $N^+$ ,  $O^+$ ,  $e$ ).

Плотность смеси вычислялась как функция давления и температуры следующим образом:

$$\rho_{см} = \frac{P_{ст}}{R_{\mu} T \sum_i \frac{C_i}{M_i}}, \quad (1)$$

где:  $P_{ст}$  – местное статическое давление;  $R_{\mu}$  – универсальная газовая постоянная;  $T$  – местная статическая температура;  $C_i$  – массовая концентрация  $i$ -й компоненты;  $M_i$  – молярная масса  $i$ -ой компоненты;

Удельная изобарная теплоёмкость  $c_{p,i}$  каждой  $i$ -ой компоненты задавалась по кусочно-линейному закону в виде функции от температуры, которая была заимствована из работы [4].

Средняя удельная теплоёмкость газовой смеси вычислялась с использованием соотношения:

$$c_{p,см} = \sum_{i=1}^n C_i \cdot c_{p,i}, \quad (2)$$

где:  $C_i$  – массовая концентрация  $i$ -й компоненты;  $c_{p,i}$  – удельная изобарная теплоёмкость  $i$ -й компоненты.

Теплопроводность  $\lambda_i$  каждой  $i$ -ой компоненты, вычислялась с использованием соотношения из кинетической теории газов:

$$\lambda_i = \frac{15}{4} \frac{R_{\mu}}{M_i} \cdot \mu_i \left[ \frac{4}{15} \frac{c_{p,i} \cdot M_i}{R_{\mu}} + \frac{1}{3} \right], \quad (3)$$

где:  $R_{\mu}$  – универсальная газовая постоянная;  $M_i$  – молярная масса  $i$ -й компоненты;  $\mu_i$  – динамическая вязкость  $i$ -й компоненты, функция  $\mu_i(T)$ ;  $c_{pi}$  – удельная изобарная теплоёмкость  $i$ -й компоненты.

Теплопроводность газовой смеси вычислялась с использованием соотношения:

$$\lambda_{см} = \sum_{i=1}^n C_i \cdot \lambda_i, \quad (4)$$

где:  $C_i$  – массовая концентрация  $i$ -го компонента;  $\lambda_i$  – теплопроводность  $i$ -го компонента.

Динамическая вязкость каждого компонента вычислялась как функция от статической температуры в соответствии с известной корреляцией Блоттнера [5], после чего вычислялась динамическая вязкость газовой смеси:

$$\mu_{см} = \sum_{i=1}^n C_i \mu_i, \quad (5)$$

где:  $C_i$  – массовая концентрация  $i$ -й компоненты;

Мольные массы всех компонентов смеси газов задавались в соответствии с данным работы Скалабрина [6].

Для каждого компонента смеси значения энтропии и энтальпии при нормальных условиях ( $P = 101325$  Па,  $T = 298.15$  К) заимствовались из работы [4].

### **Химическая кинетика**

С учетом характерных времен течения и протекания химических процессов при моделировании применялась модель неравновесной химии.

Известно довольно большое количество моделей химической кинетики, применяемых для воздуха при высоких температурах, например, схема Или-Райдила, схема Ленгмюра-Хиншельвуда и др. В рамках данной работы использована модель, состоящая из одиннадцати основных неравновесных химических реакций диссоциации-рекомбинации и ионизации, три из которых реализуются с участием третьих тел (М) (Таблица 2).

Таблица 2. Основные неравновесные химические реакции

1	$O_2+M \leftrightarrow 2O+M$	7	$N+e \leftrightarrow N^++2e$
2	$N_2+M \leftrightarrow 2N+M$	8	$O+e \leftrightarrow O^++2e$
3	$NO+M \leftrightarrow N+O+M$	9	$N+O \leftrightarrow NO^++e$
4	$N_2+O \leftrightarrow NO+N$	10	$2N \leftrightarrow N_2^++e$
5	$NO+O \leftrightarrow O_2+N$	11	$2O \leftrightarrow O_2^++e$
6	$N_2+e \leftrightarrow 2N+e$		

Для каждого из компонентов газовой смеси решалось отдельное уравнение переноса массы в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_i C_i) + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{u} C_i) = -\nabla \cdot \mathbf{g}_i + \omega_i, \quad (6)$$

где:  $C_i$  – локальная массовая концентрация  $i$ -го компонента;  $\mathbf{g}_i$  – диффузионный поток  $i$ -го компонента;  $\omega_i$  – скорость образования  $i$ -го компонента в химических реакциях;

Скорость образования  $i$ -го компонента в химических реакциях  $\omega_i$  вычислялось с использованием соотношения вида:

$$\omega_i = M_{w,i} \sum_{r=1}^{N_R} R_{i,r}, \quad (7)$$

где:  $M_{w,i}$  – мольная масса  $i$ -го компонента;  $N_R$  – количество химических реакций, участвующих в процессе и в расчёте;  $R_{i,r}$  – мольная скорость образования (распада)  $i$ -го компонента в реакции  $r$ , вычисленная по уравнению химической кинетики скорости образования  $i$ -го компонента в ходе неравновесной химической реакции.

Мольная скорость образования (распада)  $i$ -го компонента в реакции  $r$ , представлялась в виде:

$$R_{i,r} = \Gamma (v_{i,r}'' - v_{i,r}') \left( k_{f,r} \prod_{j=1}^N [X_{j,r}]^{\eta_{j,r}'} - k_{b,r} \prod_{j=1}^N [X_{j,r}]^{v_{j,r}''} \right), \quad (8)$$

где:  $X_{j,r}$  – мольная концентрация компонента  $j$  в реакции  $r$  (Кмоль/м<sup>3</sup>);  $\eta_{j,r}'$  – показатель степени для реагента  $j$  в реакции  $r$ ;  $v_{j,r}'$  – стехиометрический коэффициент для реагента  $j$  в реакции  $r$ ;  $v_{j,r}''$  – показатель степени для продукта  $j$  в реакции  $r$  (всегда равен стехиометрическому коэффициенту продукта реакции);  $\Gamma$  – коэффициент, учитывающий влияние третьих тел на скорость реакции;  $k_{f,r}$  – константа скорости прямой реакции;  $k_{b,r}$  – константа скорости обратной реакции.

Константа скорости каждой прямой реакции  $r$  вычислялась по выражению типа Аррениуса (индекс  $f$  указывает на прямую реакцию):

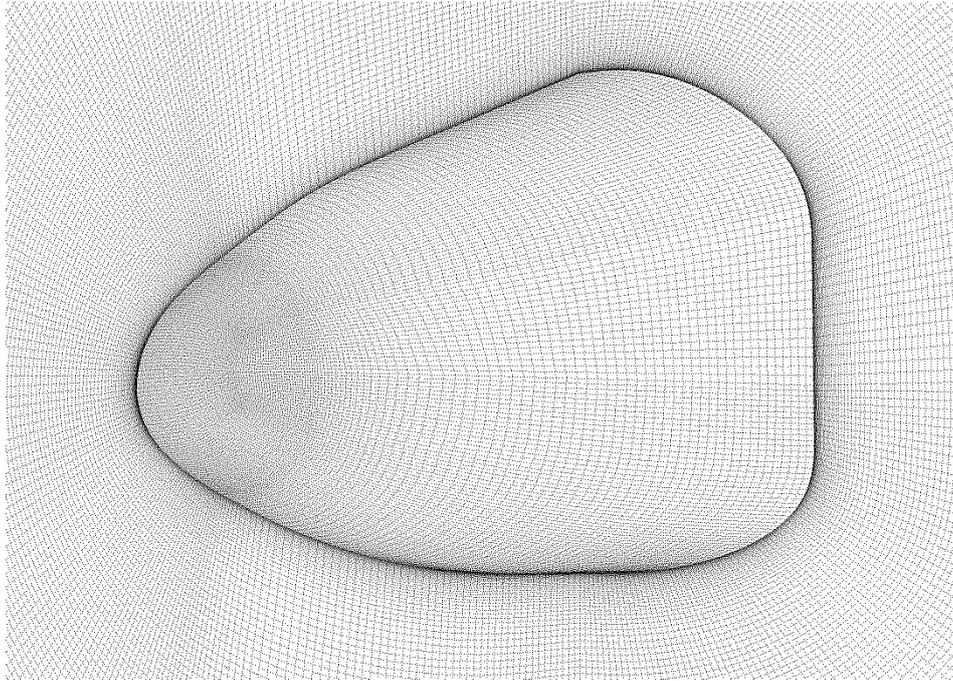
$$k_{f,r} = A_{f,r} T^{\beta_{f,r}} e^{-E_{f,r}/R_{\mu}T}, \quad (9)$$

где:  $A_{f,r}$  – предэкспоненциальный фактор;  $\beta_{f,r}$  – температурный показатель;  $E_{f,r}$  – энергия активации реакции;  $R_{\mu}$  – универсальная газовая постоянная.

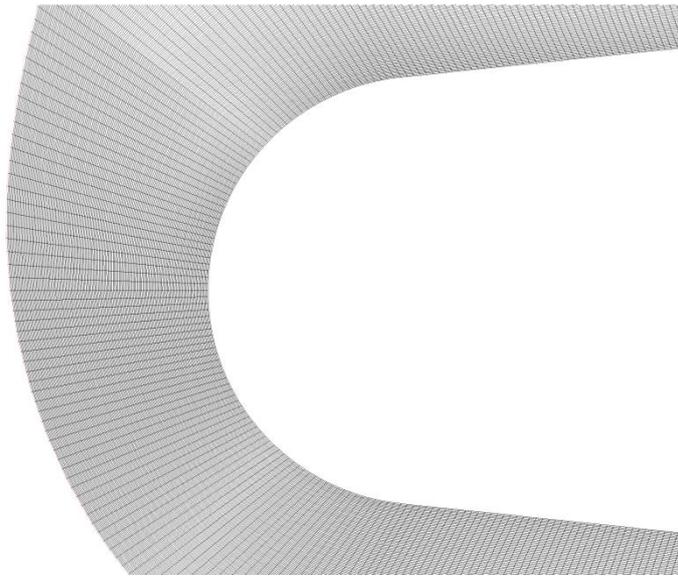
Константа скорости обратной реакции вычислялась через изменение свободной энергии Гиббса.

### **Построение расчетных сеток**

Для решения задачи обтекания носка фюзеляжа была построена трехмерная расчётная сетка, объёмом  $2,5 \cdot 10^6$  гексаэдральных ячеек. Для решения задачи обтекания передней кромки крыла была построена двухмерная расчётная сетка, которая насчитывала  $48,5 \cdot 10^3$  четырехугольных ячеек. Эти сетки приведены на рисунках 2 и 3 соответственно.



**Рис. 2. Расчётная сетка носка фюзеляжа.**

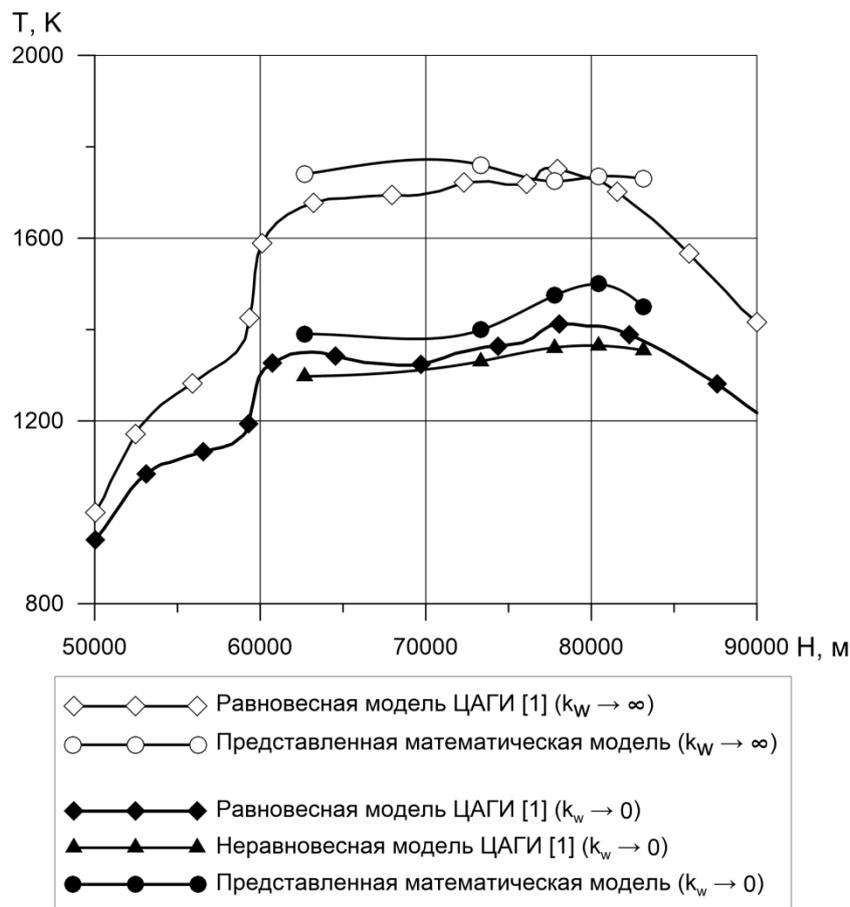


**Рис. 3. Расчётная сетка передней кромки крыла.**

### **Анализ полученных результатов**

На рисунке 4 представлены зависимости значений температуры поверхности носка фюзеляжа при полете ГЛА в атмосфере по траектории спуска для случая абсолютной каталитической активности поверхности ( $k_w \rightarrow \infty$ ) и для нулевой каталитической активности поверхности ( $k_w \rightarrow 0$ ).

Результаты, полученные в ходе расчётов с использованием представленной математической модели, приведены в сравнении с данными ЦАГИ [1].

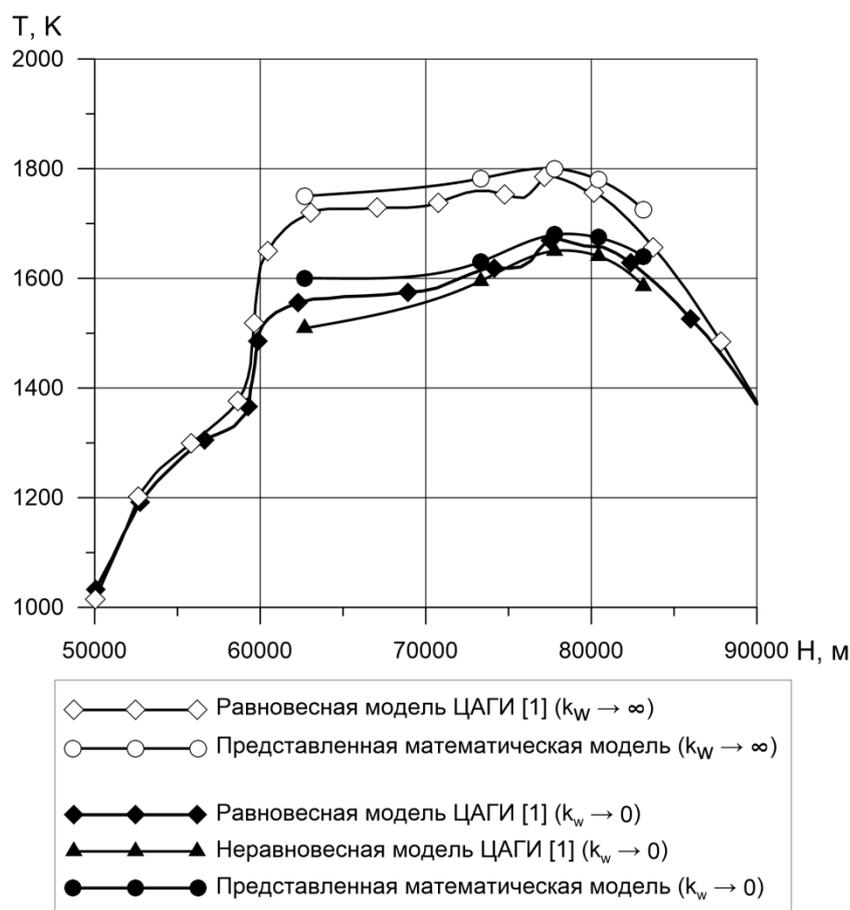


**Рис. 4. Изменение температуры поверхности носка фюзеляжа аппарата по траектории полёта на высотах 90÷50 км.**

Для случая абсолютной каталитической активности поверхности, результаты, полученные по математической модели данной работы, сравнивались с расчётными данными ЦАГИ, полученными с использованием известного соотношения Фея-Ридделла (равновесная модель).

Для случая нулевой каталитической активности поверхности, результаты, полученные в данной работе, сравнивались с расчётами ЦАГИ, проведенными как по формуле Фея-Ридделла (равновесная модель), так и по методике, основанной на решении полной системы уравнений вязкого пограничного слоя (неравновесная модель).

На рисунке 5 представлены изменения значений температуры на поверхности передней кромки крыла аппарата на траектории полёта в атмосфере, рассчитанные по математической модели данной работы в сравнении с расчетными данными ЦАГИ [1].



**Рис. 5. Изменение температуры поверхности передней кромки крыла аппарата по траектории полёта на высотах 90÷50 км.**

Из представленных на рисунках 4 и 5 данных, видно, что уровни температуры на носке фюзеляжа значительно ниже уровней температуры на передней кромке крыла, что объясняется большим радиусом затупления носка фюзеляжа по сравнению с радиусом затупления передней кромки крыла. Также из представленных на рисунках 4 и 5 данных, видно, что в том случае, когда поверхность ГЛА обладает абсолютной каталитической активностью, её температура оказывается значительно выше температуры каталитически неактивной поверхности. Данная особенность проявляется на высотах спуска аппарата от 90 км до 60 км и объясняется

интенсификацией экзотермических реакций поверхностной рекомбинации атомов в молекулы на поверхности с бесконечной каталитической активностью.

Из представленных на рисунках 4 и 5 данных также видно, что результаты, полученные по математической модели данной работы, удовлетворительно согласуются с результатами расчётов по критериальному соотношению Фея-Ридделла (максимальное отклонение не превышает 7%). Тем не менее, на отдельных участках траектории наблюдается некоторое превышение температуры поверхности, рассчитанной с использованием модифицированной математической модели, как для носовой части фюзеляжа, так и для передней кромки крыла. Данное расхождение обусловлено тем, что соотношение Фея-Ридделла получено для равновесного химически активного пограничного слоя и не учитывает влияние химической неравновесности реакций в пограничном слое на уровень температуры поверхности.

Расхождение результатов, полученных по математической модели настоящей работы и данных, полученных специалистами ЦАГИ с использованием собственной неравновесной модели, вероятно, обусловлено различием в количестве рассматриваемых химических реакций. Известно, что различные формулировки механизмов химической кинетики могут приводить к неоднозначному результату по уровню температуры поверхности. Так, например, в работе [7] показано, что учёт химической неравновесности приводит к снижению температуры на поверхности ГЛА при полёте на высоте 22000 м в диапазоне чисел Маха  $6,3 \div 18,5$  по сравнению с расчётом по формуле Фея-Ридделла. Однако в этой же работе показано, что при полёте на высоте 37000 м со скоростью, соответствующей числу Маха  $M_\infty = 17,6$ , учёт химической неравновесности реакций наоборот приводит к завышению температуры поверхности ГЛА. Аналогичные результаты получены и в других работах.

Тем не менее, следует отметить, что результаты расчёта температуры поверхности с использованием математических моделей разных авторов имеют качественное соответствие. Количественные расхождения не превышают 10%.

### **Выводы**

Предложена математическая модель процессов тепло-массообмена, реализуемых при обтекании теплонапряженных участков поверхности ГЛА.

Показано, что полученные данные по параметрам тепло-массообмена удовлетворительно согласуются с данными ЦАГИ.

Получена удовлетворительная корреляция результатов распределения массовых концентраций атомарного кислорода на носке фюзеляжа и передней кромке крыла с данными ЦАГИ.

Разработанная математическая модель может быть использована при решении газодинамических и теплотехнических задач при проектировании теплонапряженных элементов конструкции ГЛА.

### **Список использованных источников**

1. Ваганов А.В., Дмитриев В.Г., Задонский С.М., Киреев А.Ю., Скуратов А.С., Степанов Э.А. Оценки теплового режима малоразмерного крылатого возвращаемого аппарата на этапе его проектирования // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2007. Т. 5. – Режим доступа: <http://chemphys.edu.ru/issues/2007-5/articles/51/>
2. Бобылев А. В., Ваганов А. В., Дмитриев В. Г., Задонский С. М., Киреев А. Ю., Скуратов А. С., Степанов Э. А., Ярошевский В. А. Разработка аэродинамической компоновки и исследования аэротермодинамических

характеристик малоразмерного крылатого возвращаемого аппарата // Ученые записки ЦАГИ, 2009, том XL , стр. 3 – 15.

3. Никитин П.В. Тепловая защита: Учебник – М.: Изд-во МАИ, 2006. – 512 с.
4. Bonnie J. McBride, Dr. Michael J. Zehe, Gordon S. NASA Glenn Coefficients for Calculating Thermodynamic Properties of Individual Species. – National Aeronautics and Space Administration John H. Glenn Research Center at Lewis Field Cleveland, 2002. – 291 p.
5. Blottner, F. G., Johnson, M., Ellis, M. Chemically reacting viscous flow program for multi-component gas mixtures // SC-RR-70-754, Sandia Laboratories, Albuquerque, New Mexico, 1971.
6. Scalabrin, L. C. Numerical Simulation of Weakly Ionized Hypersonic Flow over Reentry Capsules. PhD Dissertation. – University of Michigan, 2007.
7. Суржиков С.Т. Расчетное исследование аэротермодинамики гиперзвукового обтекания затупленных тел на примере анализа экспериментальных данных. – М.: ИПМех РАН, 2011. – 192 с.

**Авторы:**

Пашков Олег Анатольевич, аспирант кафедры «Авиационно-космическая теплотехника», Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) «МАИ», Москва, Россия.

E-mail: [gfon2@yandex.ru](mailto:gfon2@yandex.ru), тел. 8(916)409-9364.

Никитин Петр Васильевич, профессор кафедры «Авиационно-космическая теплотехника», д.т.н., профессор, Федеральное

государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) «МАИ», Москва, Россия.

E-mail: [petrunecha@gmail.com](mailto:petrunecha@gmail.com), тел. 8(915)157-3456.

Быков Леонид Владимирович, директор Института ДПО, к.т.н., доцент кафедры «Авиационно-космическая теплотехника», Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) «МАИ», Москва, Россия.

E-mail: [bykov@mai.ru](mailto:bykov@mai.ru), тел. 8(903)132-1909.