

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{F}{M} (c_\varphi s_\theta c_\psi + s_\varphi s_\psi) - A_x \dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{F}{M} (c_\varphi s_\theta s_\psi - s_\varphi c_\psi) - A_y \dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{F}{M} c_\varphi c_\theta - g - A_z \dot{z} \\ \ddot{\varphi} = \frac{(J_y - J_z) \dot{\theta} \dot{\psi}}{J_x} + \frac{\tau_\varphi}{J_x} \\ \ddot{\theta} = \frac{(J_z - J_x) \dot{\varphi} \dot{\psi}}{J_y} + \frac{\tau_\theta}{J_y} \\ \ddot{\psi} = \frac{(J_x - J_y) \dot{\varphi} \dot{\theta}}{J_z} + \frac{\tau_\psi}{J_z} \end{array} \right. \quad (21)$$

В качестве закона управления квадрокоптером используется нелинейное модельное прогнозирующее управление, полученное в результате минимизации следующего критерия:

$$\min_{u,x} \int_0^T (\|x(t) - x_{ref}\|^2 + \|u(t) - u_{ref}\|^2) dt, \quad (22)$$

при ограничениях  $\dot{x} = f(x, u)$ ,  $u(t) \in U$ ,  $x(0) = x(t_0)$ , где  $\|\cdot\|$  - евклидова норма,  $x(t)$ ,  $u(t)$  – векторы состояния и управления,  $x_{ref}$ ,  $u_{ref}$  – состояние и целевое управление квадрокоптера на желаемой траектории,  $f$  – нелинейная вектор-функция, описывающая правые части дифференциальных уравнений,  $U$  – множество допустимых управлений. Оптимизационная задача (22) решается на каждом временном шаге в соответствии с методологией прогнозирующего управления. Проведенные расчеты показали достаточно хорошую робастность и эффективность предложенных алгоритмов.

УДК 681.5

## СИНТЕЗ ПРОГНОЗИРУЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТОМ КВАДРОКОПТЕРА

А.И. ХАФИЗОВ

Казанский национальный исследовательский  
технический университет им. А.Н. Туполева–КАИ  
Казань, Россия

В данном исследовании освещается проблема эффективного управления квадрокоптером при наличии возмущений и неопределенностей. Для ее решения предлагается использовать прогностическую

модель, способную предсказывать будущее состояние системы на основе текущего состояния и входных данных. Однако экспериментальные результаты указывают на недостаточную стабильность и робастность предложенного подхода в изменчивой внешней среде.

**Введение.** Квадрокоптеры - это беспилотные летательные аппараты с четырьмя пропеллерами, позволяющими им маневрировать в воздухе. Они применяются в аэрофотосъемке, поисково-спасательных операциях и научных исследованиях благодаря своей маневренности и экономичности. Управление квадрокоптером сложно из-за нелинейности его модели. Разработка эффективных методов управления квадрокоптером остается актуальной исследовательской темой.

В последние годы метод модельного прогнозирующего управления (МПУ) стал широко используемым благодаря его способности оптимизировать закон управления с учетом различных ограничений. Основная идея МПУ заключается в решении задачи оптимизации на каждом этапе управления с учетом текущего состояния системы и заранее заданных ограничений на управление и состояние. Это позволяет достичь оптимального управления квадрокоптером даже в переменных условиях окружающей среды, таких как порывы ветра и другие факторы.

Для применения МПУ в управлении квадрокоптером необходимо разработать модель динамики квадрокоптера и установить ограничения на управление и состояние системы, что представляет собой нетривиальную задачу. Использование метода модельного прогнозирующего управления обеспечивает более точное и эффективное управление, что делает его ценным для решения сложных задач и миссий.

**Математическая модель квадрокоптера.** Математическая модель квадрокоптера описывает его движение и ориентацию в трехмерном пространстве через систему дифференциальных уравнений. Уравнения модели могут быть представлены следующим образом [1]:

1. Уравнения движения:

$$\dot{x} = V \cos(\theta) \cos(\psi)$$

$$\dot{y} = V \cos(\theta) \sin(\psi)$$

$$\dot{z} = V \sin(\theta)$$

2. Уравнения динамики:

$$\dot{V} = g - \frac{T}{m} \sin(\theta)$$

$$\dot{\phi} = p + q \sin(\phi) \tan(\theta) + r \cos(\phi) \tan(\theta)$$

$$\dot{\theta} = q \cos(\phi) - r \sin(\phi)$$

$$\dot{\psi} = \frac{q \sin(\phi)}{\cos(\theta)} + \frac{r \cos(\phi)}{\cos(\theta)}$$

### 3. Уравнения управления:

$$T = k_f (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2)$$

$$M_1 = k_M (\omega_1^2 - \omega_3^2)$$

$$M_2 = k_M (\omega_2^2 - \omega_4^2)$$

$$M_3 = k_M (\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2) \cdot d$$

$$M_4 = k_M (\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_4^2) \cdot d$$

Здесь  $x, y, z$  - координаты квадрокоптера,  $V$  - скорость,  $\varphi, \theta, \psi$  - углы ориентации,  $g$  - ускорение свободного падения,  $m$  - масса,  $T$  - тяга,  $M_i$  - моменты,  $\omega_i$  - скорость вращения пропеллеров,  $k_f$  и  $k_M$  - коэффициенты,  $d$  - расстояние от центра квадрокоптера до пропеллера,  $p, q, r$  - компоненты угловой скорости.

Математическая модель квадрокоптера описывает его движение и ориентацию в трехмерном пространстве, а также взаимосвязь тяги и момента с скоростью вращения пропеллеров. Чтобы использовать эту модель для управления квадрокоптером, необходимо линеаризовать уравнения в рабочей точке. Это включает определение этой точки, вычисление параметров тяги и момента для каждого пропеллера, а также матриц Якоби для уравнений движения и ориентации. Полученная система уравнений используется для определения оптимальной последовательности управляющих действий для заданной траектории полета. Такой подход позволяет эффективно управлять квадрокоптером в различных условиях.

**Робастное управление с прогнозирующей моделью.** Робастное управление с прогнозирующей моделью (РУПМ) представляет собой эффективный подход к управлению квадрокоптерами, обеспечивающий точное позиционирование и ориентацию объекта управления. РУПМ использует математическую модель системы для прогнозирования будущего поведения квадрокоптера и генерации оптимальных управляющих действий [2]. Этот метод управления преимущественно ценен за учет динамических ограничений и нелинейности системы.

Для управления квадрокоптером с помощью РУПМ используется модель движения, включающая параметры положения, скорости, ускорения, ориентации, угловых скоростей, а также управляющие воздействия, такие как сила и момент. Применение РУПМ позволяет эффективно управлять сложными, нелинейными и динамически изменяющимися системами.

РУПМ уже успешно применяется в таких отраслях, как аэрокосмическая, автомобильная, химическая и робототехника, благодаря своей способности обеспечивать точное позиционирование, управление скоростью и направлением движения квадрокоптера, а также эффективное использование энергии [2].

Основным преимуществом РУПМ является его способность эффективно управлять системами с неопределенностью в модели динамики и возмущениями. Он основан на стохастическом подходе к оптимизации, что позволяет решать задачу управления не только на основе точной математической модели системы, но и с учетом вероятностных оценок неопределенности системы [4]. Таким образом, РУПМ обеспечивает более точное управление квадрокоптером при выполнении сложных маневров и в различных условиях работы, таких как порывы ветра. Затем оптимизатор выбирает последовательность управляющих воздействий, которая минимизирует выходные ошибки и удовлетворяет заданным ограничениям в условиях неопределенности [3].

В целом, применение РУПМ для управления квадрокоптерами позволяет достичь более точного и надежного управления, даже при наличии возмущений и неопределенности в модели динамики квадрокоптера.

**Результаты моделирования.** Желаемую траекторию можно определить следующим образом:

$$\begin{aligned}x(t) &= 6 \times \sin(t / 3), \\y(t) &= -6 \times \sin(t / 3) \times \cos(t / 3), \\z(t) &= 6 \times \cos(t / 3),\end{aligned}$$

Моделирование квадрокоптера с учетом воздействия возмущений с применением линеаризованного робастного МПУ:

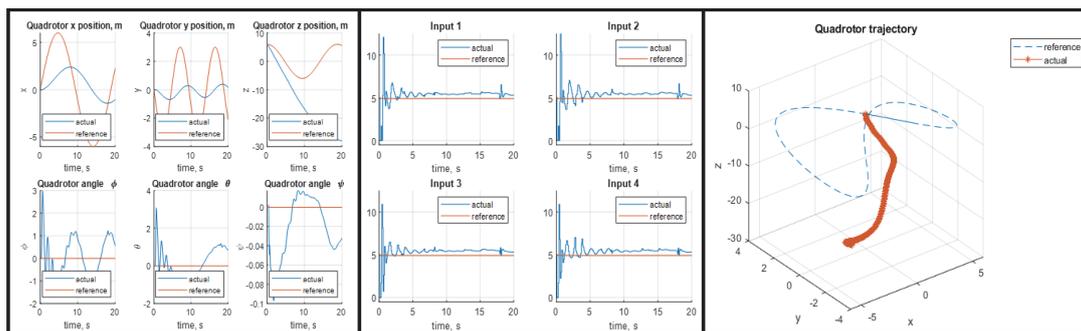


Рис. 1. Динамика состояния, управления и траектории полета при воздействии возмущений на трехмерную модель дрона [5]

Решение неудовлетворительное из-за слишком короткого горизонта прогнозирования ( $N = 3$ ). Для улучшения решения можно увеличить значение  $N$ , но это приводит к значительному увеличению

времени вычислений. Например, при  $N = 4$  время вычислений достигает нескольких часов, при этом качество решения остается недостаточным [5]. Эти результаты были получены с использованием программы MATLAB.

В заключение, следует отметить, что текущий контроллер РМПУ еще не обеспечивает стабилизацию квадрокоптера на заданной траектории. Однако в будущем дрон сможет точно следовать заданной траектории благодаря методу проб и ошибок.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Akinola Alexander Dada, “Modelling, Simulation, and Implementation of Linear Control for Asymmetric Multirotor UAV,” Ph.D. dissertation, the university of Sheffield, Sheffield, pp.11- 29, 2020,
2. Kostas A., Papachristos C., Slegwart R., Tzes A. Robust model predictive flight control of unmanned rotorcrafts // Journal of Intelligent Robotic Systems, 81(3), pp. 443-469, 2016,
3. Lofberg, J., “Minimax approaches to robust model predictive control,” Ph.D. dissertation, Linkoping University, Linkoping, Sweden, 2003,
4. Degtyarev G. L., Faizutdinov R. N., Spiridonov I. O. Multiobjective Robust Controller Synthesis for Nonlinear Mechanical System, Мехатроника, Автоматизация, Управление, 2018, vol. 19, no. 11, pp. 691–698. DOI: 10.17587/mau.19.691-698,
5. Хафизов А.И. Робастное модельное прогнозирующее управление движением квадрокоптера: магистерская диссертация, КНИТУ-КАИ, Казань, 2021.

УДК 678.7.095.26:773.92:528.837

## ФОТОПОЛИМЕРНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

В.Б. ХОДЕР, Е.И. КОРДИКОВА, М.А. ЛУКША

Белорусский государственный технологический университет  
Минск, Беларусь

Современное общество использует беспилотные летательные аппараты (БПЛА) в военной сфере, медицине, логистике (доставка и определение маршрута), при аварийно-спасательных работах, строительстве и