

УДК: 681.513.675

В. И. Гаркушенко

ОЦЕНИВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ УГЛОВОГО ПОЛОЖЕНИЯ ЦЕЛИ ПРИ КООРДИНИРОВАННОМ РАЗВОРОТЕ

Ключевые слова: оценивание и прогнозирование углового положения цели, координированный разворот, дискретный фильтр.

Рассматривается задача оценивания и прогнозирования углового положения цели в следящей системе с оптическим прибором, установленного в карданном подвесе на носителе. Предполагается, что цель движется с постоянной скоростью в земной системе координат прямолинейно и затем совершает координированный разворот с постоянной угловой скоростью. Доступными для измерения являются угол азимута и угол места в системе координат носителя, который неподвижен. В известных работах для решения задачи оценивания углового положения цели строятся модели ее движения в декартовой или полярной системе координат, которые используются в различных модификациях алгоритмов фильтрации по Калману. Сходимость данных алгоритмов существенно зависит от заданного значения виртуальной дальности до цели. Поэтому при неудовлетворительной оценке угловой скорости координированного разворота прогнозные значения углового положения цели, построенные с помощью моделей ее движения, могут быть неприемлемыми по точности. В связи с этим в данной работе получена редуцированная модель движения цели, записанная в угловых координатах и их первых производных, с помощью которой проводится оценивание угловой скорости координированного разворота при помехах измерений. Найденная оценка угловой скорости цели используется как параметр в линейной модели пространственного движения при заданном виртуальном расстоянии до центра окружности разворота, что позволяет повысить точность прогнозирования углового положения цели на длительные интервалы времени. При отсутствии статистических данных о помехах измерений, но известных их граничных значениях, предложен способ построения гарантированных оценок точности прогнозирования угла азимута и угла места. Для упрощения решения данной задачи область неопределенных начальных условий прогнозной модели аппроксимируется с помощью матричного неравенства. Эффективность предложенного способа оценивания угловой скорости координированного разворота цели и прогнозирования ее углового положения подтверждается результатами моделирования.

V. I. Garkushenko

ESTIMATION AND PREDICTION THE ANGLE OF THE TARGET IN A COORDINATED TURN

Keywords: estimation and prediction of angular position of the target, discrete filter.

The task of estimation and prediction of angular position of the target in tracking system with optical device installed in a gimbal on carrier is considered. It is assumed that the target moves at constant speed in the absolute system of coordinates in a straightforward manner and then performs coordinated turn at the constant angular speed. The azimuth angle and the position angle in the system of coordinate of the motionless platform are available for the measurement. To solve the problem of assessing the angular position of the target in known works are built models of its movement in the Cartesian or polar system of coordinates, which are used in various modifications of filtering algorithms on Kalman. The Convergence of these algorithms depends essentially on the preset value of virtual distance to the target. Therefore, in case of an unsatisfactory estimate of the angular velocity of the coordinated turn, the forecast values of the angular position of the target, constructed using its motion models, may be unacceptable in accuracy. In this connection, a reduced model of the target motion recorded in the angle coordinates and their first derivatives is obtained, that helps to estimate the angular velocity of the coordinated turn at the noise of measurements. The found value of angular velocity of target is used as a parameter in a linear model of spatial motion at the given virtual distance to the center of the reversal circumference, that makes it possible to increase accuracy of prediction of angular position of the target for long intervals of time. If the measurement noise statistics are not available but their boundary values are known, a method for constructing guaranteed estimates of accuracy of prediction of azimuth angle and elevation angle is proposed. So that to simplify this problem, the area of undefined initial conditions of the prediction model is approximated by matrix inequality. The efficiency of proposed method of angular velocity estimating of coordinated turning of target and prediction of its angular position is confirmed by results of simulation.

Введение

Задача оценивания и прогнозирования углового положения излучающей цели по последовательности угловых измерений оптико-электронной системой (или системой с пеленгатором), установленной на подвижном носителе, является основной задачей для систем слежения.

Особенностью данной задачи является нелинейность функции угловых наблюдений для декартовых координат или нелинейность динамики системы для полярных координат [1]. При этом одной из сложных задач является задача оценивания углового по-

ложения цели, совершающей координированный разворот, поскольку в этом случае модель движения цели в декартовой системе координат неподвижного носителя нелинейно зависит от неизвестной заранее угловой скорости разворота. Например, в работе [2] данная задача решена с использованием различных модификаций фильтра Калмана при известной дальности до цели.

В случае, когда измерению доступны только угол азимута и угол места цели, а дальность неизвестна, точность оценивания с помощью методов работы [2], как показано в работе [3], существенно

зависит от задания виртуальной дальности до цели. При этом ошибки прогнозирования углового положения цели на длительных интервалах времени могут достигать неприемлемые значения.

Отметим, что задача оценивания и прогнозирования углового положения цели без измерения дальности рассматривалась в работах [3-6] для случая прямолинейного движения.

В данной работе развивается подход работы [6] для координированного разворота цели, а также предлагается способ построения гарантированной оценки точности прогнозирования углового положения цели при ограниченных помехах измерений.

Модели углового движения цели относительно прибора

Будем полагать, что носитель с установленным на нем оптическим прибором в двухосном кардановом подвесе неподвижен в земной системе координат (СК). При этом цель движется в СК прибора $S_n(X, Y, Z)$ с началом координат в точке O , в которой пересекаются оси вращения рамок кардана, при этом ось Z направлена вертикально вверх. Тогда угол азимута α и угол места θ цели относительно СК S_n определяются по формулам:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right) \pm \pi, \quad (1)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right) \pm \pi. \quad (2)$$

Предполагается, что цель движется с постоянной скоростью V в СК S_n сначала прямолинейно, а затем с некоторого момента времени t_0 совершает координированный разворот.

Уравнения движения цели в СК S_n можно записать в виде:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0_3 & I_3 \\ 0_3 & 0_3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0_3 \\ I_3 \end{bmatrix} a, \quad (3)$$

где $x = [X \ Y \ Z \ \dot{X} \ \dot{Y} \ \dot{Z}]^T$ – вектор состояния, a – вектор координат ускорения. При прямолинейном движении цели вектор $a = 0$, при координированном развороте вектор $a = [-\omega\dot{Y} \ \omega\dot{X} \ 0]^T$, $\omega = \dot{\gamma}$ – постоянная угловая скорость, $\gamma = \arctg(\dot{Y}/\dot{X})$ – угол между осью X и проекцией касательной к траектории цели на плоскость $S_n(X, Y, 0)$, который определяется с помощью уравнения:

$$\gamma = \gamma_0 + \dot{\gamma}(t - t_0), \quad (4)$$

где γ_0 – известное значение, найденное согласно работе [6] на прямолинейном участке движения цели.

Из формул (1), (2) следуют выражения для угловых скоростей:

$$\dot{\alpha} = \frac{\dot{Y}X - Y\dot{X}}{X^2 + Y^2}, \quad (5)$$

$$\dot{\theta} = \frac{\dot{Z}(X^2 + Y^2) - Z(X\dot{X} + Y\dot{Y})}{r^2 \sqrt{X^2 + Y^2}}, \quad (6)$$

где $r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$.

С помощью равенств

$$\sin \alpha = \frac{Y}{\sqrt{X^2 + Y^2}}, \quad \cos \alpha = \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2}},$$

$$\sin \theta = \frac{Z}{r}, \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{r},$$

выражения (5), (6) можно переписать в виде:

$$\dot{\alpha} = \frac{\dot{Y} \cos \alpha - \dot{X} \sin \alpha}{\sqrt{X^2 + Y^2}}, \quad (7)$$

$$\dot{\theta} = \frac{\dot{Z} \cos^2 \theta}{\sqrt{X^2 + Y^2}} - \frac{\dot{X} \sin \theta \cos \alpha}{r} - \frac{\dot{Y} \sin \theta \sin \alpha}{r}. \quad (8)$$

Вектор скорости движения объекта \vec{V} в системе координат S_n имеет проекции на оси X, Y, Z :

$$\dot{X} = V \cos \gamma \cos \beta, \quad \dot{Y} = V \sin \gamma \cos \beta, \quad \dot{Z} = V \sin \beta, \quad (9)$$

где $V = \sqrt{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2}$, β – угол между вектором \vec{V} и его проекцией $\vec{V}_{X,Y}$ на плоскость $S_n(X, Y, 0)$.

Тогда выражения (7), (8) с учетом выражений (9) будут иметь вид:

$$\dot{\alpha} = \frac{-V \cos \beta}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \sin(\alpha - \gamma), \quad (10)$$

$$\dot{\theta} = \frac{V}{r} (\sin \beta \cos \theta - \sin \theta \cos \beta \cos(\alpha - \gamma)). \quad (11)$$

Выражения (10), (11) зависят от координат X, Y, Z и их производных, которые заранее неизвестны, поэтому для их исключения продифференцируем уравнение (10) и после преобразований получим уравнение

$$\ddot{\alpha} = \dot{\alpha}(2\dot{\alpha} - \dot{\gamma}) \operatorname{ctg}(\alpha - \gamma), \quad (12)$$

из которого следует выражение

$$\dot{\gamma} = 2\dot{\alpha} - \frac{\ddot{\alpha}}{\dot{\alpha}} \operatorname{tg}(\alpha - \gamma). \quad (13)$$

Если цель движется на некоторой постоянной высоте, что часто имеет место на практике, то при $\beta_n = 0$ из выражения (11) получим формулу:

$$\dot{\theta} = \frac{V}{r} (\cos \theta - \sin \theta \cos(\alpha - \gamma)),$$

которую с учетом формул (8), (10) можно переписать в виде:

$$\dot{\theta} = 0,5\dot{\alpha} \sin 2\theta \operatorname{ctg}(\alpha - \gamma). \quad (14)$$

Тогда из выражений (13), (14) следует формула для определения $\omega = \dot{\gamma}$:

$$\dot{\gamma} = 2\dot{\alpha} - 0,5\ddot{\alpha}\dot{\theta}^{-1} \sin 2\theta, \quad (15)$$

при $\dot{\theta} \neq 0$.

Чтобы исключить из выражения (13) переменную $\ddot{\alpha}$ проинтегрируем уравнение (12) по времени, тогда из полученного выражения найдем:

$$\dot{\gamma} = \frac{2 \int_{t_0}^t \dot{\alpha}^2 \operatorname{ctg}(\alpha - \gamma) d\tau - \dot{\alpha} + \dot{\alpha}_0}{\int_{t_0}^t \dot{\alpha} \operatorname{ctg}(\alpha - \gamma) d\tau}. \quad (16)$$

Аналогично, чтобы исключить из выражения (15) переменную $\ddot{\alpha}$ перепишем его в виде

$$\frac{\ddot{\alpha}}{2\dot{\alpha} - \dot{\gamma}} = \frac{2\dot{\theta}}{\sin 2\theta},$$

которое проинтегрируем по времени и из полученного выражения найдем:

$$\dot{\gamma}(\theta, \dot{\alpha}) = \frac{2(\dot{\alpha} \sin^2 \theta \cos^2 \theta - \dot{\alpha}_0 \sin^2 \theta \cos^2 \theta_0)}{\sin(\theta_0 - \theta) \sin(\theta_0 + \theta)}, \quad (17)$$

при $\theta \neq \theta_0$, где $\theta_0 = \theta(t_0)$, $\dot{\alpha}_0 = \dot{\alpha}(t_0)$ определяются в конце этапа прямолинейного движения цели согласно работе [6].

Таким образом, с помощью выражений (16), (17) определяется угловая скорость $\omega = \dot{\gamma}$ координированного разворота, при этом в отличие от работы [3] здесь не требуется вычисление $\ddot{\alpha}$. Для найденного значения $\dot{\gamma}$ уравнения (4), (12), (14), (17) являются моделью движения цели с момента времени t_i , когда цель пропадает на изображении оптического приемника, при начальных условиях $\alpha(t_i)$, $\dot{\alpha}(t_i)$, $\theta(t_i)$, $\gamma(t_i)$.

Оценивание и прогнозирование углового положения цели

Рассмотрим этап движения цели, совершающей координированный разворот с момента времени t_0 , при начальных значениях α_0 , θ_0 , $\dot{\alpha}_0$, найденных на этапе прямолинейного движения.

Будем полагать, что измерение углового положения цели проводится в дискретные моменты времени $t_i = t_0 + iT_0$, $i = 1, 2, \dots$ с периодом дискретности T_0 :

$$\alpha_i^n = \alpha_i + v_i, \quad \theta_i^n = \theta_i + \tilde{v}_i, \quad (18)$$

где v_i , \tilde{v}_i – помехи измерений, удовлетворяющие неравенствам:

$$|v_i| \leq q_v, \quad |\tilde{v}_i| \leq \tilde{q}_v. \quad (19)$$

Для построения оценок угла азимута $\hat{\alpha}_i$ и угловой скорости $\hat{\dot{\alpha}}_i$ используется наблюдатель вида:

$$\hat{x}_i = F\hat{x}_{i-1} + l(\alpha_{i-1}^n - \hat{\alpha}_{i-1}), \quad i = 1, 2, \dots, \quad (20)$$

$$\hat{\dot{\alpha}}_i = c^T \hat{x}_i,$$

где $\hat{x}_i = [\hat{\alpha}_i \quad \hat{\dot{\alpha}}_i]^T$ – вектор состояния, $\hat{x}_0 = [\alpha_0 \quad \dot{\alpha}_0]^T$;

$\alpha_0^n = \alpha_0$; l – вектор настраиваемых коэффициентов;

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad c^T = [0 \quad 1].$$

Аналогично для построения оценки угла места $\hat{\theta}_i$ используется наблюдатель вида (20).

Без потери общности для простоты рассмотрим случай, когда цель движется на некоторой постоянной высоте. Тогда с учетом наблюдателей оценка $\hat{\gamma}_i$ согласно (17) определяется по формуле:

$$\hat{\gamma}_i = \frac{2(\hat{\alpha}_i \sin^2 \theta_0 \cos^2 \hat{\theta}_i - \dot{\alpha}_0 \sin^2 \hat{\theta}_i \cos^2 \theta_0)}{\sin(\theta_0 - \hat{\theta}_i) \sin(\theta_0 + \hat{\theta}_i)}. \quad (21)$$

В зависимости от уровня помех измерений (19) вычисление оценки $\hat{\gamma}_i$ по формуле (21) проводится с момента времени $t_i \geq t_0 + \Delta t_n$ при выполнении неравенств $|\hat{\alpha}(t_i)| \geq \dot{\alpha}_n$, $|\hat{\theta}_i| \geq \theta_n$, где $\dot{\alpha}_n$, θ_n – пороговые значения, $\Delta t_n = n_1 T_0$ – время переходного процесса наблюдателя (20), взятое кратным T_0 .

Вычисленные значения $\hat{\gamma}_i$ усредняются с помощью фильтра:

$$\hat{\gamma}_j = \frac{1}{j+1} \sum_{k=0}^j \hat{\gamma}_{i+k}, \quad (22)$$

при $j = \overline{0, n_2}$, где n_2 – заданное целое число.

Для найденного значения оценки $\hat{\omega} = \hat{\gamma}_{n_2}$ прогнозирование углового положения цели будем проводить по модели движения (3) при $a = [-\hat{\omega} \dot{\gamma} \quad \hat{\omega} \dot{X} \quad 0]^T$.

Представим координаты X , Y в виде:

$$X = \bar{X}_0 - R \sin \gamma, \quad Y = \bar{Y}_0 + R \cos \gamma, \quad (23)$$

где \bar{X}_0 , \bar{Y}_0 и R – координаты центра окружности и радиус координированного разворота. Согласно выражениям (1), (23) получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} \bar{Y}_0 + b(\alpha_0, \gamma_0) R &= tg \alpha_0 \bar{X}_0, \\ \bar{Y}_0 + b(\alpha, \gamma) R &= tg \alpha \bar{X}_0, \end{aligned} \quad (24)$$

где $b(\alpha, \gamma) = \cos \gamma + tg \alpha \sin \gamma$.

Задавая виртуальное значение координаты \bar{X}_0 , из системы уравнений (24) найдем выражения для \bar{Y}_0 и R :

$$\bar{Y}_0(\alpha, \gamma) = \frac{b(\alpha_0, \gamma_0) tg \alpha - b(\alpha, \gamma) tg \alpha_0}{b(\alpha_0, \gamma_0) - b(\alpha, \gamma)} \bar{X}_0, \quad (25)$$

$$R(\alpha, \gamma) = \frac{tg \alpha_0 - tg \alpha}{b(\alpha_0, \gamma_0) - b(\alpha, \gamma)} \bar{X}_0.$$

В случае, когда в момент времени $t^* = t_0 + n_3 T_0$ при $n_3 \geq n_1 + n_2$ цель пропадает на изображении оптического приемника, вычисляются координаты вектора x^* начальных условий модели (3) при $x_0^* = 0$ с использованием выражений (2), (23):

$$\begin{aligned} x_1^*(\hat{\alpha}^*, \hat{\gamma}^*) &= \bar{X}_0 - R(\hat{\alpha}^*, \hat{\gamma}^*) \sin \hat{\gamma}^*, \\ x_2^*(\hat{\alpha}^*, \hat{\gamma}^*) &= \bar{Y}_0(\hat{\alpha}^*, \hat{\gamma}^*) + R(\hat{\alpha}^*, \hat{\gamma}^*) \cos \hat{\gamma}^*, \\ x_3^*(\hat{\alpha}^*, \hat{\gamma}^*, \hat{\theta}^*) &= tg \hat{\theta}^* \sqrt{x_1^{*2}(\hat{\alpha}^*, \hat{\gamma}^*) + x_2^{*2}(\hat{\alpha}^*, \hat{\gamma}^*)}, \quad (26) \\ x_4^*(\hat{\alpha}^*, \hat{\gamma}^*, \hat{\omega}) &= -(x_2^*(\hat{\alpha}^*, \hat{\gamma}^*) - \bar{Y}_0(\hat{\alpha}^*, \hat{\gamma}^*)) \hat{\omega}, \\ x_5^*(\hat{\alpha}^*, \hat{\gamma}^*, \hat{\omega}) &= (x_1^*(\hat{\alpha}^*, \hat{\gamma}^*) - \bar{X}_0) \hat{\omega}, \end{aligned}$$

где $\hat{\alpha}^* = \hat{\alpha}(t^*)$, $\hat{\theta}^* = \hat{\theta}(t^*)$, $\hat{\gamma}^* = \gamma_0 + \hat{\omega}(t^* - t_0)$.

Для момента времени $t_k = t^* + \Delta t_k$ определяется прогнозное значение вектора состояния:

$$\hat{x}_k = A(\hat{\omega})x^*, \quad (27)$$

где $\hat{x}_k = [\hat{X}_k \ \hat{Y}_k \ \hat{Z}_k \ \hat{X}_k \ \hat{Y}_k \ \hat{Z}_k]^T$,

$$A(\hat{\omega}) = \begin{bmatrix} I_3 & A_2(\hat{\omega}) \\ 0_3 & A_1(\hat{\omega}) \end{bmatrix}, A_1(\hat{\omega}) = \begin{bmatrix} \cos \hat{\omega} \Delta t_k & -\sin \hat{\omega} \Delta t_k & 0 \\ \sin \hat{\omega} \Delta t_k & \cos \hat{\omega} \Delta t_k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_2(\hat{\omega}) = \begin{bmatrix} \frac{\sin \hat{\omega} \Delta t_k}{\hat{\omega}} & \frac{\cos \hat{\omega} \Delta t_k - 1}{\hat{\omega}} & 0 \\ \frac{1 - \cos \hat{\omega} \Delta t_k}{\hat{\omega}} & \frac{\sin \hat{\omega} \Delta t_k}{\hat{\omega}} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t_k \end{bmatrix}.$$

При этом прогнозные значения углов $\hat{\alpha}_k$ и $\hat{\theta}_k$ определяются по формулам (1), (2) для значений $\hat{X}_k, \hat{Y}_k, \hat{Z}_k$.

Для построения гарантированной оценки точности прогнозирования углового положения цели выражение (17) перепишем в виде:

$$\dot{\alpha}(\theta) = \frac{tg^2 \theta}{tg^2 \theta_0} \dot{\alpha}_0 + \frac{\omega \sin(\theta_0 - \theta) \sin(\theta_0 + \theta)}{2 \sin^2 \theta_0 \cos^2 \theta}.$$

Отсюда найдем для момента времени t^* верхнюю $\dot{\alpha}^{*+}$ и нижнюю $\dot{\alpha}^{*-}$ оценку $\dot{\alpha}^*$ на заданной траектории движения цели с угловой скоростью разворота ω , углами азимута α и места θ при известных $\alpha_0, \theta_0, \dot{\alpha}_0$ и ошибках измерений (18):

$$\dot{\alpha}^{*\pm} = \text{fun}^{\pm}_{|\tilde{v}| \leq \tilde{q}_v} \dot{\alpha}(\theta^* + \tilde{v}),$$

где fun^+ и fun^- – фикция максимума и минимума соответственно; $\theta^* = \theta(t^*)$.

По найденным значениям $\dot{\alpha}^{*+}$ и $\dot{\alpha}^{*-}$ определяются верхняя $\dot{\gamma}^{*+}$ и нижняя $\dot{\gamma}^{*-}$ оценки для $\dot{\gamma}^*$ с использованием выражения (17) при ошибках измерений (18):

$$\dot{\gamma}^{*\pm} = \text{fun}^{\pm}_{|\tilde{v}| \leq \tilde{q}_v, \dot{\alpha}^{*-} \leq \dot{\alpha} \leq \dot{\alpha}^{*+}} \dot{\gamma}(\theta^* + \tilde{v}, \dot{\alpha}^*), \quad (28)$$

Отсюда найдем оценки:

$$\gamma^{*+} = \gamma_0 + \dot{\gamma}^{*+}(t^* - t_0), \quad (29)$$

$$\gamma^{*-} = \gamma_0 + \dot{\gamma}^{*-}(t^* - t_0). \quad (30)$$

С помощью выражений (26) и оценок (28)-(30) определяется оценка области Ω_x^* вектора x^* начального состояния модели (27) при $x_6^* = 0$ в виде неравенств:

$$x_j^- \leq x_j^* \leq x_j^+, \quad j = \overline{1,5}, \quad (31)$$

где

$$x_j^{*\pm} = \text{fun}^{\pm}_{|\tilde{v}| \leq \tilde{q}_v, \gamma^{*-} \leq \gamma^* \leq \gamma^{*+}} x_j(\alpha^* + \tilde{v}, \gamma^*), \quad j = \overline{1,2},$$

$$x_3^{*\pm} = \text{fun}^{\pm}_{\substack{|\tilde{v}| \leq \tilde{q}_v, \\ |\theta^* - \theta_0^*| \\ \gamma^{*-} \leq \gamma^* \leq \gamma^{*+}}} x_3(\alpha^* + \tilde{v}, \theta^* + \theta_0 \gamma^*),$$

$$x_j^{*\pm} = \text{fun}^{\pm}_{\substack{|\tilde{v}| \leq \tilde{q}_v, \\ \gamma^{*-} \leq \gamma^* \leq \gamma^{*+}, \\ \mathcal{X}^* \leq \mathcal{X}^* \leq \mathcal{X}^{*+}}} x_j(\alpha^* + \tilde{v}, \gamma^*, \mathcal{X}^*), \quad j = \overline{4,5}.$$

Тогда для момента времени t_k верхние и нижние оценки для углов α_k, θ_k с учетом формулы (27) определяются из решения следующей задачи:

$$\alpha^{\pm} = \text{fun}^{\pm}_{\substack{x^* \in \Omega_x^*, \\ \gamma^{*-} \leq \gamma^* \leq \gamma^{*+}}} \left(\arctan \left(\frac{x_{2k}}{x_{1k}} \right) \pm \pi \right), \quad (32)$$

$$\theta^{\pm} = \text{fun}^{\pm}_{\substack{x^* \in \Omega_x^*, \\ \gamma^{*-} \leq \gamma^* \leq \gamma^{*+}}} \left(\arctan \left(\frac{x_{3k}}{\sqrt{x_{1k}^2 + x_{2k}^2}} \right) \pm \pi \right), \quad (33)$$

$$x_k = A(\mathcal{X}^*)x^*, \quad x^* \in \Omega_x^*, \quad \gamma^{*-} \leq \gamma^* \leq \gamma^{*+}. \quad (34)$$

Для упрощения решения данной задачи область начальных условий Ω_x^* можно аппроксимировать эллипсоидом $\bar{\Omega}_x^* \supseteq \Omega_x^*$. С этой целью неравенства (31) представим в виде:

$$x_j^* = \bar{x}_j^* + \Delta x_j^*, \quad j = \overline{1,5};$$

$$\bar{x}_j^* = (x_j^{*+} + x_j^{*-})/2, \quad |\Delta x_j^*| \leq (x_j^{*+} - x_j^{*-})/2.$$

Тогда множество $\bar{\Omega}_x^*$ имеет вид:

$$\bar{\Omega}_x^* = \{x^* : x^* = \bar{x}^* + \Delta x^*, \Delta x^* \Delta x^{*T} \leq K^*\},$$

где $K^* = \text{diag}\{K^*, 0\}$, $K^* - 5 \times 5$ – некоторая положительно определенная матрица, с помощью которой для момента времени t_k находим множество $\bar{\Omega}_x^*(\mathcal{X}^*)$:

$$x_{jk}^- \leq x_{jk} \leq x_{jk}^+, \quad j = \overline{1,3};$$

$$x_{jk}^{\pm} = \bar{x}_{jk}^* \pm \Delta \bar{x}_{jk}^*;$$

$$\Delta \bar{x}_{jk}^* = \sqrt{e_j^T A(\mathcal{X}^*) K^* A^T(\mathcal{X}^*) e_j},$$

где e_j – вектор с отличным от нуля j -ым элементом, равным единице. При этом решение задачи (32)-(34) сводится к решению следующей задачи:

$$\alpha^{\pm} = \text{fun}^{\pm}_{\substack{x_k \in \bar{\Omega}_x^*(\mathcal{X}^*), \\ \gamma^{*-} \leq \gamma^* \leq \gamma^{*+}}} \left(\arctan \left(\frac{x_{2k}}{x_{1k}} \right) \pm \pi \right),$$

$$\theta^{\pm} = \text{fun}^{\pm}_{\substack{x_k \in \bar{\Omega}_x^*(\mathcal{X}^*), \\ \gamma^{*-} \leq \gamma^* \leq \gamma^{*+}}} \left(\arctan \left(\frac{x_{3k}}{\sqrt{x_{1k}^2 + x_{2k}^2}} \right) \pm \pi \right).$$

Аналогично строится гарантированная оценка углового положения цели с учетом ошибок измерений начальных значений $\alpha_0, \theta_0, \dot{\alpha}_0$.

Результаты моделирования

Для проверки эффективности предложенного алгоритма проведем моделирование процесса оценивания и предсказания движения цели, совершающей координированный разворот, с параметрами:

$x_0 = 5700$ м, $y_0 = 1000$ м, $z_0 = 3000$ м; $V = -142,5$ м/с; $\omega = 4,08$ град/с, $\gamma_0 = -20$ град, $\beta = 0$.

В качестве помех измерения в (18), а также начальных значений α_0 , θ_0 , $\dot{\alpha}_0$, γ_0 используется некоррелированные случайные величины с нулевым средним и дисперсиями $\sigma_v^2 = \sigma_{\dot{v}}^2 = 3 \cdot 10^{-6}$, образующие последовательность белого шума, что соответствует среднеквадратическому отклонению 0,1 град.

При $T_0 = 0,04$ с для наблюдателя (20) по заданным собственным значениям $0,45 \pm j0,3$ матрицы F найден вектор $l = [1,1 \ 9,76]^T$.

Оценка точности прогнозирования углов азимута и места с помощью модели (27) проводилась методом Монте-Карло с использованием $N = 100$ независимых испытаний. При этом точность оценивания угла азимута проверяется по среднему значению среднеквадратического отклонения:

$$\text{MRMSE} = n^{-1} \sum_{i=1}^n \left(N^{-1} \sum_{j=1}^N (\hat{\alpha}_i^{(j)} - \alpha_i)^2 \right),$$

где $\hat{\alpha}_i^{(j)}$ – оценка угла азимута для j -ой реализации по методу Монте-Карло; $n = (t_n - t^*) / T_0$, $t_n - t^*$ – время прогнозирования углового положения цели. Аналогичная оценка точности прогнозирования строится для угла места.

Моделирование слежения за целью, проводилось на интервале времени $0 \leq t_i \leq t_n$, $t_n = 100$ с. При этом спустя время 5 с формируется оценка угловой скорости ω по формулам (21), (22), приведенная на рис. 1, где график-1 и график-2 – заданная угловая скорость и ее оценка соответственно.

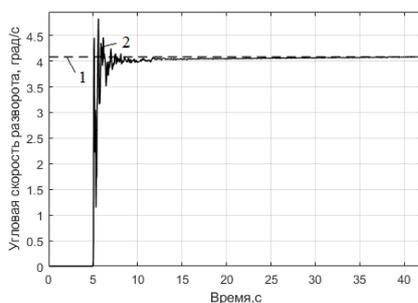


Рис. 1 – Оценка угловой скорости координированного разворота

Моделирование процесса прогнозирования угла азимута и угла места проводилось при условии, что при $t_i \geq 20$ с цель пропадает на изображении оптического приемника. В этом случае с помощью модели (27) формируются прогнозные значения углов азимута и места. На рис. 2 приведены графики изменения угла азимута (график -1) и угла места (график -2) и соответственно их прогнозные значения (график -3 и график -4), из которых следует, что на

интервале времени $20 \leq t_i \leq t_n$ достигаются следующие значения MRMSE: для угла азимута 1,86 град; для угла места 0,87 град.

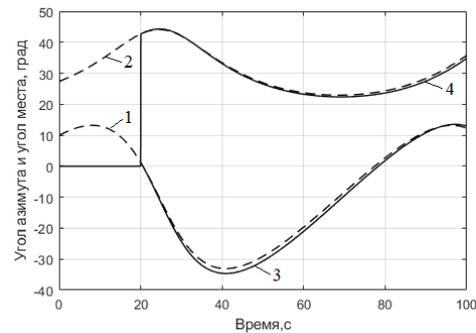


Рис. 2 – Изменение угла азимута, угла места цели и их прогнозные значения

Таким образом, с помощью предложенного алгоритма оценивания и прогнозирования углового положения цели, совершающей координированный разворот, удастся получить приемлемые оценки при наличии шумов измерений.

Заключение

Таким образом, с помощью предложенного алгоритма оценивания угловой скорости координированного разворота удастся обеспечить приемлемую для практики точность прогнозирования углового положения цели при наличии шумов измерений. При отсутствии статистических данных о помехах измерений, но известных их граничных значений, получены гарантированные оценки угла азимута и угла места для дискретных моментов времени. Эффективность предложенного алгоритма прогнозирования подтверждается результатами моделирования.

Дальнейшее повышение точности прогнозирования на основе предложенной модели может быть достигнуто за счет использования комбинированных методов фильтрации.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-08-01045.

Литература

1. X.R. Li, V.P. Jilkov, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **39**, 4, 1333–1364 (2003).
2. X. Yuan, F. Lian, C. Han, *Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering*, Article ID 649276, 1–10 (2014).
3. С.Х. Аль Барри. Дисс. канд. техн. наук, ФГБОУ ВО Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ, Казань, 2017. 182 с.
4. Б.А. Алпатов, О.Е. Балашов, А.И. Степашкин, *Информационно-управляющие системы*, 5, 2-7 (2011).
5. Б.А. Алпатов, О.Е. Балашов, *Вестник РГРТУ*, 4, 5-10 (2014).
6. В.И. Гаркушенко, *Вестник технол. ун-та*, **22**, 2, 136-140 (2019).

© В. И. Гаркушенко – канд. техн. наук, доцент кафедры «Автоматика и управления» КНИТУ–КАИ, vigark@yandex.ru.

© V. I. Garkushenko – Associate Professor of the Department «Automation and control» KNRTU-KAI, vigark@yandex.ru.

