УДК 517.91

К ЗАДАЧЕ ОЦЕНИВАНИЯ ОГРАНИЧЕННЫХ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ

© 2010 г. В.И. Гаркушенко

Рассмотрена задача оценивания вектора состояния и неизвестных ограниченных внешних возмущений для нестационарной системы управления по измеряемому выходу при наличии помех измерений. Приведены способы построения наблюдающих устройств с использованием неявной модели внешних возмущений.

Ключевые слова: оценивание вектора состояния и неизвестных внешних возмущений; наблюдающее устройство.

Задача подавления внешних возмущений является одной из основных в теории управления. В зависимости от вида внешних воздействий разработаны различные способы их подавления с измерением и без измерения внешних возмущений [1–8]. Внешние возмущения можно разделить на регулярные и нерегулярные. Регулярные возмущения с заданной точностью представляются в виде решения однородных дифференциальных уравнений при неопределенных начальных условиях, а ограниченные нерегулярные возмущения описываются с помощью неравенств или спектральных характеристик.

В случае регулярных внешних возмущений их подавление может быть осуществлено с использованием принципа внутренних моделей, т.е. моделей возмущений, встроенных в закон управления [8], с помощью которых осуществляется оценка возмущений.

Построение оценок внешних возмущений в некоторых задачах может иметь также самостоятельное значение. В связи с этим возникает задача построения оценок для нерегулярных внешних возмущений, ограниченных по значению и скорости.

В данной статье предлагаются способы оценки вектора состояния и ограниченных нерегулярных внешних возмущений для класса нестационарных систем по измерениям выхода с учетом помех измерений.

Постановка задачи

Пусть в некоторой ограниченной области евклидова пространства возмущенное движение управляемой системы в отклонениях от невозмущенного движения описывается дифференциальным уравнением

$$\begin{gathered}\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + D(t)w(t,x(t)),\ \ x(t_0) = x_0;\\ y(t) = C(t)x(t) + v(t),\end{gathered} \tag{1}$$

где $x(t)\in\mathbb{R}^n$ – вектор состояния; $u(t)\in\mathbb{R}^m$ – вектор управления; $y(t)\in\mathbb{R}^l$ – вектор измеряемых выходных координат; $w(t,x(t))\in\mathbb{R}^p$ – вектор возмущающих воздействий, зависящий в общем случае от вектора состояния $x(t)$, ограниченный в рассматриваемой области фазового пространства вместе с его производной $\dot{w}(t,x(t))$; $v(t)\in\mathbb{R}^l$ – вектор помех измерения; $A(t), B(t), C(t), D(t)$ – матрицы с непрерывными ограниченными элементами и их производными для $t\in[t_0,\infty)$, причем матрицы $B(t), C(t)$, $D(t)$ полного ранга, $(C(t),A(t))$ – наблюдаемая пара. Здесь также можно считать, что элементы указанных матриц могут зависеть от координат измеряемого вектора $y(t)$, как известных функций времени.

Предполагается, что начальное состояние рассматриваемой системы отвечает неравенству

$$x(t_0)x^T(t_0)\le K_0(t_0), \tag{2}$$

а внешние воздействия стеснены ограничениями

$$w(t,x(t))w^T(t,x(t))\le Q_w(t); \tag{3}$$

$$\dot{w}(t,x(t))\dot{w}^T(t,x(t))\le Q_{\dot{w}}(t); \tag{4}$$

$$v(t)v^T(t)\le Q_v(t), \tag{5}$$

где $K_0(t_0)$, $Q_w(t)$, $Q_{\dot{w}}(t)$, $Q_v(t)$ – положительно определенные матрицы. Отметим, что матричное неравенство $xx^T\le K$ эквивалентно неравенству $x^TK^{-1}x\le 1$.

Ставится задача построения наблюдающего устройства для определения оценки векторов состояния $\hat{x}(t)$ и возмущения $\hat{w}(t)$, удовлетворяющих неравенствам:

$$\big(x(t)-\hat{x}(t)\big)\big(x(t)-\hat{x}(t)\big)^T\le Q_{\Delta x}; \tag{6}$$

$$\big(w(t,x(t))-\hat{w}(t)\big)\big(w(t,x(t))-\hat{w}(t)\big)^T\le Q_{\Delta w}, \tag{7}$$

при $t\ge t_p$, где t_p – время оценивания.

Способы построения наблюдающего устройства

Учитывая наличие помех измерений, рассмотрим способы построения наблюдающего устройства без измерения производных вектора $y(t)$.

Найдем выражение для возмущения из уравнения (1):

$$w(t,x(t)) = D^{+}(t)\big(\dot{x}(t) - A(t)x(t) - B(t)u(t)\big), \quad (8)$$

где $D^{+}(t) = \left(D^{T}(t)D(t)\right)^{-1} D^{T}(t)$. Выражение (5) в отличие от явной модели внешних возмущений в виде однородных дифференциальных уравнений можно считать неявной моделью возмущения.

1. Рассмотрим первый подход использования модели возмущения (8) в наблюдающем устройстве, когда в качестве приближенной оценки $w(t,x(t))$ используется выражение

$$\overline{w}(t) = (1-\mu)D^{+}(t)\left(\dot{\hat{x}}(t) - A(t)\hat{x}(t) - B(t)u(t)\right), \quad (9)$$

где $\mu > 0$ – малый параметр; $\hat{x}(t)$ – оценка вектора состояния, формируемая наблюдающим устройством вида:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x}(t) + B(t)u(t) + D(t)\overline{w}(t) + \\ +L(t)\big(y - C(t)\hat{x}(t)\big), \quad (10)$$

где $L(t)$ – матрица коэффициентов, подлежащая определению.

После подстановки правой части уравнения (10) в выражение (9) получим выражение

$$\overline{w}(t) = (1-\mu)\mu^{-1}D^{+}(t)L(t)\big(y - C(t)\hat{x}(t)\big),$$

с учетом которого уравнение (10) примет вид

$$\dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x}(t) + B(t)u(t) + H(t)L(t)\big(y - C(t)\hat{x}(t)\big), \\ \hat{x}(t_0) = 0, \quad (11)$$

где $H(t) = I_n + \mu^{-1}(1-\mu)D(t)D^{+}(t)$.

При этом оценку вектора возмущения будем проводить по формуле

$$\hat{w}(t) = \mu^{-1}D^{+}(t)L(t)\big(y - C(t)\hat{x}(t)\big). \quad (12)$$

Очевидно, что при произвольном возмущении $w(t)$ для справедливости оценки (12) необходимо, чтобы $\operatorname{rank}\left(D^{T}(t)L(t)\right) = p$. При этом должно выполняться условие $l \geq p$.

С учетом выражения (12) уравнение (11) можно переписать в виде:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x}(t) + B(t)u(t) + D(t)\hat{w}(t)(1-\mu) + \\ +L(t)\big(y(t) - C(t)\hat{x}(t)\big). \quad (13)$$

Вычитая данное уравнение из уравнения (1), получим уравнение в отклонениях $\Delta x(t) = x(t) - \hat{x}(t)$:

$$\Delta\dot{x}(t) = \big(A(t) - L(t)C(t)\big)\Delta x(t) + \\ +D(t)\big(w(t,x(t)) - (1-\mu)\hat{w}(t)\big) - L(t)v(t), \quad (14)$$

или с учетом выражения (12)

$$\Delta\dot{x}(t) = \big(A(t) - H(t)L(t)C(t)\big)\Delta x(t) + \\ +D(t)w(t,x(t)) - H(t)L(t)v(t). \quad (15)$$

Из уравнений (14), (15) следует, что для работоспособности наблюдающего устройства должно выполняться условие асимптотической устойчивости для свободных движений систем с матрицами $A(t) - L(t)C(t)$ и $A(t) - H(t)L(t)C(t)$. Тогда с учетом ограничений (3), (5) будет ограничено решение $\Delta x(t)$ уравнения (15) и, следовательно, уравнения (14), что возможно при ограниченном векторе $\Delta\tilde{w}(t) = w(t,x(t)) - (1-\mu)\hat{w}(t)$. Тем самым при выполнении указанных условий наблюдающее устройство позволяет оценивать вектор внешних возмущений $w(t,x(t))$.

Для синтеза матрицы коэффициентов $L(t)$ воспользуемся системой сравнения, построенной для уравнения (15) с помощью способа, предложенного в работе [9]:

$$\dot{K}(t) = P(t)K(t) + K(t)P^{T}(t) + \alpha(t)K(t) + Q(t), \\ K(t_0) = K_0(t_0), \quad (16)$$

где приняты обозначения $P(t) = A(t) - H(t)L(t)C(t)$; $\alpha(t) = \alpha_1(t) + \alpha_2(t)$, $\alpha_1(t) > 0$, $\alpha_2(t) > 0$; $Q(t) = \alpha_1^{-1}(t)D(t)Q_w(t)D^{T}(t) + \alpha_2^{-1}(t)H(t)L(t)Q_v(t)L^{T}(t)H^{T}(t)$. Здесь для решения $K(t) > 0$ выполняется неравенство $\Delta x(t)\Delta x^{T}(t) \leq K(t)$, $t \geq t_0$.

Найдем матрицу $L(t)$ из условия минимума локального критерия $J(t) = Sp\{R(t)K(t)\}$ при некоторой $R(t) > 0$. При этом согласно работе [9] выполняется неравенство $\Delta x^{T}(t)R(t)\Delta x(t) \leq J(t)$, и решение ищется с помощью условия оптимальности: $\min\limits_{L(t)} dJ(t)/dt$.

Положим $L(t) = L_0(t) + \delta L(t)$ и найдем первую вариацию $\delta\dot{J}(t)$ для производной $dJ(t)/dt$:

$$\delta\dot{J}(t) = 2Sp \times \\ \times\left\{\delta L(t)\left[-C(t)K(t)R(t)H(t) + \alpha_2^{-1}Q_v(t)L_0^{T}(t)H(t)R(t)H(t)\right]\right\}.$$

Полагая $\delta\dot{J}(t)=0$, для произвольной матрицы $\delta L(t)$ в силу $\det\left(R(t)H(t)\right)\neq 0$ получим решение

$$L_0(t)=\alpha_2(t)H^{-1}(t)K(t)C^T(t)Q_v^{-1}(t), \quad (17)$$

которое не зависит от матрицы $R(t)$, причем $H^{-1}(t)= = I_n-(1-\mu)D(t)D^{+}(t)$.

Поскольку вторая вариация $\delta^2\dot{J}(t)=\alpha_2^{-1}(t)Sp\times \times\left\{R(t)\delta L(t)Q_v(t)\delta L^T(t)\right\}>0$, то решение (17) доставляет минимум функционалу $J(t)$.

После подстановки выражения (17) в уравнение (16) получим уравнение системы сравнения

$$\begin{aligned}\dot{K}(t)&=A(t)K(t)+K(t)A^T(t)+\left(\alpha_1(t)+\alpha_2(t)\right)K(t)+\\&+\alpha_1^{-1}(t)D(t)Q_w(t)D^T(t)-\\&-\alpha_2(t)K(t)C^T(t)Q_v^{-1}(t)C(t)K(t).\end{aligned} \quad (18)$$

Параметр $\alpha_1(t)$ выберем из условия минимума критерия $J(t)$. Для этого воспользуемся условием оптимальности $\min\limits_{\alpha_1(t)} dJ(t)/dt$, где выражение $dJ(t)/dt$ определяется правой частью уравнения (18). Здесь нетрудно показать, что указанный минимум при $K(t)>0$ достигается для значения

$$\alpha_1(t)=\left(Sp\left\{R(t)D(t)Q_w(t)D^T(t)\right\}/Sp\left\{R(t)K(t)\right\}\right)^{1/2}.$$

Параметр $\alpha_2(t)$ выбирается так, чтобы свободное движение системы с матрицей $A(t)+0{,}5\left(\alpha(t)I_n-\right.$ $\left.-\alpha_2(t)K(t)C^T(t)Q_v^{-1}(t)C(t)\right)$ имело заданный запас устойчивости. Как показано в работе [10], при существовании ограниченного решения $K(t)>0$ уравнения (16) свободное движение системы

$$\dot{x}(t)=P(t)x(t)$$

при произвольном векторе удовлетворяет оценке $\left(c^T x(t)\right)^2\le e^{-\alpha_0(t-t_0)}c_0$, где $c_0=\max\limits_{t\ge t_0}c^T K(t)c<\infty$, $\alpha_0=\min\limits_{t\ge t_0}\alpha(t)>0$. Поэтому если задать, например, постоянное значение α_2, то получим оценку $\alpha_0>\alpha_2$. При заданном времени оценивания t_p можно положить $\alpha_2\ge 3/t_p$.

Найдем условия, при которых выполняются неравенства (6), (7). Сначала рассмотрим случай, когда отсутствуют помехи измерений ($v(t)\equiv 0$).

Продифференцируем уравнение (15) по времени и с учетом неособой матрицы $P(t)=A(t)-$ $-H(t)L(t)C(t)$ перепишем в эквивалентном виде:

$$\begin{aligned}\dot{z}(t)&=\tilde{P}(t)z(t)+\tilde{D}(t)w(t,x(t))+D(t)\dot{w}(t,x(t));\\ \Delta x(t)&=P^{-1}(t)\left(z(t)-D(t)w(t,x(t))\right),\end{aligned} \quad (19)$$

где $z(t)=\Delta\dot{x}(t)$, $\tilde{P}(t)=\dot{P}(t)P^{-1}(t)+P(t)$, $\tilde{D}(t)=\dot{D}(t)-$ $-\dot{P}(t)P^{-1}(t)D(t)$.

Тогда для системы (19) с учетом ограничений (3), (4) аналогично предыдущему при $t\ge t_0$ будет справедливо неравенство $z(t)z^T(t)\le Z(t)$, где $Z(t)>0$ – решение системы сравнения

$$\begin{aligned}\dot{Z}(t)&=\tilde{P}(t)Z(t)+Z(t)\tilde{P}^T(t)+\left(\beta_1(t)+\beta_2(t)\right)Z(t)+\\&+\beta_1^{-1}(t)\tilde{D}(t)Q_w(t)\tilde{D}^T(t)+\beta_2^{-1}(t)D(t)Q_{\dot{w}}(t)D^T(t)\end{aligned}$$

при начальном условии

$$\begin{aligned}Z(t_0)&=\left(1+\beta_3(t_0)\right)P(t_0)K_0(t_0)P^T(t_0)+\\&+\left(1+\beta_3^{-1}(t_0)\right)D(t)Q_w(t_0)D^T(t_0)\end{aligned}$$

и матричное неравенство $\Delta x(t)\Delta x^T(t)\le Q_{\Delta x}^w(t)$, где принято обозначение

$$Q_{\Delta x}^w(t)=P^{-1}(t)\left[\left(1+\beta_4(t)\right)Z(t)+\left(1+\beta_4^{-1}(t)\right)D(t)Q_w(t)D^T(t)\right]\times \times\left(P^{-1}(t)\right)^T.$$

Здесь и далее переменные $\beta_i(t)>0$.

С учетом обозначения $\bar{P}(t)=A(t)-L(t)C(t)$ из уравнения (14) следует выражение

$$D(t)\Delta\tilde{w}(t)=\Delta\dot{x}(t)-\bar{P}(t)\Delta x(t),$$

для которого справедлива оценка

$$\Delta\tilde{w}(t)\Delta\tilde{w}^T(t)\le Q_{\Delta\tilde{w}}^w(t),$$

где

$$Q_{\Delta\tilde{w}}^w(t)= =\left(D^T(t)\left[\left(1+\beta_5(t)\right)Z(t)+\left(1+\beta_5^{-1}(t)\right)\bar{P}(t)Q_{\Delta x}^w(t)\bar{P}^T(t)\right]^{-1}D(t)\right)^{-1}.$$

Тогда для вектора $\Delta w(t)$ получим оценку

$$\Delta w(t)\Delta w^T(t)\le Q_{\Delta w}^w(t),$$

где

$$Q_{\Delta w}^w(t)=\left[\left(1+\beta_6(t)\right)Q_{\Delta\tilde{w}}^w(t)+\left(1+\beta_6^{-1}(t)\right)\mu^2 Q_w(t)\right]/\left(1-\mu\right)^2.$$

Когда отсутствует внешнее возмущение ($w(t,x(t))\equiv 0$) для решения $\bar{K}(t)$ уравнения (16) при $Q_w(t)\equiv 0$, $\alpha_1(t)\equiv 0$, справедлива оценка $\Delta x(t)\Delta x^T(t)\le$ $\le\bar{K}(t)$. Учитывая, что в этом случае $\Delta w(t)=-\hat{w}(t)$.

с помощью выражения (12) найдем оценку $\Delta w(t)\Delta w^T(t) \le Q^v_{\Delta w}(t)$, где принято обозначение

$$Q^v_{\Delta w}(t) = \mu^{-2} D^+(t) L(t) \times$$
$$\times\left[\left(1+\beta_7(t)\right) C(t)\bar{K}(t)C^T(t) + \left(1+\beta_7^{-1}(t)\right) Q_v(t)\right]\times$$
$$\times L^T(t)\left(D^+(t)\right)^T.$$

Поскольку решение уравнения (15) является суммой решений на каждое воздействие в отдельности, то будут справедливы оценки $\Delta x(t)\Delta x^T(t) \le \le \bar{Q}_{\Delta x}(t)$, $\Delta w(t)\Delta w^T(t) \le \bar{Q}_{\Delta w}(t)$, где обозначено $\bar{Q}_{\Delta x}(t) = \left(1+\beta_8(t)\right) Q^w_{\Delta x}(t) + \left(1+\beta_8^{-1}(t)\right)\bar{K}(t)$, $\bar{Q}_{\Delta w}(t) = =\left(1+\beta_9(t)\right) Q^w_{\Delta w}(t) + \left(1+\beta_9^{-1}(t)\right) Q_{\Delta w}(t)$.

Таким образом, для выполнения условий (6), (7) достаточно выполнения неравенств $\bar{Q}_{\Delta x}(t) \le Q_{\Delta x}$, $\bar{Q}_{\Delta w}(t) \le Q_{\Delta w}$ при $t \ge t_p$.

2. Рассмотрим второй подход использования модели возмущения (8) в наблюдающем устройстве, когда в качестве приближенной оценки $w(t, x(t))$ используется решение $\hat{w}(t)$ уравнения

$$\mu\dot{\hat{w}}(t) + \hat{w}(t) = D^+(t)\left(\dot{\hat{x}}(t) - A(t)\hat{x}(t) - B(t)u(t)\right) +$$
$$+L_2(t)\left(y - C(t)\hat{x}(t)\right), \quad (20)$$

где μ – малый параметр, $\hat{x}(t)$ – оценка вектора состояния наблюдающего устройства:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x}(t) + B(t)u(t) + D(t)\hat{w}(t) +$$
$$+L_1(t)\left(y - C(t)\hat{x}(t)\right). \quad (21)$$

С учетом уравнения (21) уравнение (20) можно переписать в виде

$$\dot{\hat{w}}(t) = \mu^{-1}\left(D^+(t)L_1(t) + L_2(t)\right)\left(y - C(t)\hat{x}(t)\right). \quad (22)$$

Вводя расширенный вектор $\hat{x}_p(t) = \left[\hat{x}^T(t) \quad \hat{w}^T(t)\right]^T$, запишем уравнение наблюдающего устройства:

$$\dot{\hat{x}}_p(t) = A_p(t)\hat{x}_p(t) + B_p(t)u(t) +$$
$$+H_p(t)L_p(t)\left(y - C_p(t)\hat{x}_p(t)\right), \quad (23)$$

где приняты обозначения: $C_p(t) = \left[C 0_{l\times p}\right]$,

$$A_p(t) = \begin{bmatrix} A(t) & D(t) \\ 0_{p\times n} & 0_{p\times p} \end{bmatrix}, \quad B_p(t) = \begin{bmatrix} B(t) \\ 0_{p\times m} \end{bmatrix},$$

$$L_p(t) = \begin{bmatrix} L_1(t) \\ L_2(t) \end{bmatrix}, \quad H_p(t) = \begin{bmatrix} I_n & 0_{n\times p} \\ \mu^{-1}D^+(t) & \mu^{-1}I_p \end{bmatrix}.$$

Тогда уравнение в отклонениях $\Delta x_p(t) = x_p(t) - -\hat{x}_p(t)$, где $x_p(t) = \left[x^T(t) \quad w^T(t)\right]^T$, будет иметь вид

$$\Delta\dot{x}_p(t) = P_p(t)\Delta x_p(t) - H_p(t)L_p(t)v(t) + D_p\dot{w}(t), \quad (24)$$

где $P_p(t) = A_p(t) - H_p(t)L_p(t)C_p(t)$, $D_p = \left[0_{p\times n} \quad I_p\right]^T$.

Из уравнения (24) следует, что для работоспособности наблюдающего устройства должно выполняться условие асимптотической устойчивости для свободных движений системы с матрицей $P_p(t)$. Тогда с учетом ограничений (4), (5) будет ограничено решение $\Delta x_p(t)$.

Для определения матрицы коэффициентов $L_p(t)$ можно воспользоваться методом, рассмотренным ранее, используя вместо уравнения (15) уравнение (24). С помощью решения соответствующей системы сравнения аналогично определяются условия, при которых выполняются неравенства (6), (7).

Отметим, что особенностью наблюдающих устройств (11), (23) является наличие в данных уравнениях матриц $H(t), H_p(t)$, которые в зависимости от значения параметра μ влияют на точность оценивания внешнего возмущения.

Предложенные подходы оценки состояния и внешнего возмущения можно рассматривать для случая нелинейностей, удовлетворяющих секторным ограничениям [10,11]. При этом в отличие от работы [11] при выполнении указанных ранее условий строится оценка приведенного внешнего возмущения.

Пример. Рассмотрим систему управления движением центра масс подвижного объекта [10]. Уравнения динамики системы имеют вид:

$$m\Delta\ddot{h}(t) = a_1\delta(t) + b_1\delta^3(t) + \tilde{w}_1(t),$$
$$T\dot{\delta}(t) + \delta(t) = c_1 u(t) + \tilde{w}_2(t), \quad (25)$$

где Δh – координата центра масс; δ – отклонение управляющего органа; m, a_1, b_1, c_1, T – постоянные параметры. Полагаем, что измерению доступны сигналы $\Delta h(t)$, $\delta(t)$.

Вводя вектор состояния $x = [\Delta h, \Delta\dot{h}, \delta]^T$, приведенные возмущения $w_1(t) = \left(b_1\delta^3(t) + \tilde{w}_1(t)\right)/m$, $w_2(t) = \tilde{w}_2(t)/T$, систему (25) представим в виде уравнения (1), где $a_{23} = a_1 / m$, $a_{33} = -1/T$, $b_3 = c_1 / T$,

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

За исходные данные примем следующие значения: $a_{23} = 1$, $T = 1$, $b_3 = 1$, $b_1 / m = 0{,}3$. В качестве наблюдающего устройства используем уравнение (23). Учитывая, что исходная нелинейная система (25) представлена в виде линейной системы благодаря использованию приведенного возмущения $w_1(t)$, для определения матрицы коэффициентов L_p можно воспользоваться методом модального управления. Так, по заданным корням $s_1 = -3$, $s_2 = -3{,}5$, $s_3 = -4$, $s_4 = -4{,}5$, $s_5 = -5$ характеристического уравнения $|sI_5 - -(A_p - L_p C_p)| = 0$ найдем матрицу

$$L_p = \begin{bmatrix} 13{,}5 & 60{,}5 & 0 & 90 & 0 \\ 0 & 1 & 5{,}5 & 0 & 10{,}5 \end{bmatrix},$$

которой при $\mu = 0{,}3$ соответствует матрица P_p и корни характеристического уравнения $s_{1,2} = -0{,}775 \pm j6{,}433$, $s_{3,4} = -3{,}25 \pm j6{,}54$, $s_5 = -11{,}95$.

Закон управления примем в виде линейной обратной связи по оценке вектора состояния: $u(t) = -K\hat{x}(t)$. Полагая корни характеристического уравнения $|sI_3 - (A - BK)| = 0$ равными $s_{1,2,3} = -1$, получим $K = [1 \;\; 3 \;\; 2]$.

Результаты моделирования замкнутой системы для заданных внешних возмущений $w_1(t) = 0{,}1\sin t$, $w_2(t) = \sin 2t$ при ненулевых координатах начальных условий $x_1(0) = \hat{x}_1(0) = 1$ демонстрируют на рис. 1–4.

На рис. 1 представлены графики переходных процессов для наихудших оценок: ---- – координата $x_3(t)$, — – оценка $\hat{x}_3(t)$ при использовании наблюдающего устройства (23). Тем самым координата $x_3(t)$ и оценка $\hat{x}_3(t)$ практически совпадают. Для сравнения на рис. 2 представлены те же процессы для замкнутой системы с обычным наблюдающим устройством Люенбергера, построенным для системы (1) $w \equiv 0$ по заданным корням $s_1 = -3$, $s_2 = -3{,}5$, $s_3 = -4$ характеристического уравнения $|sI_3 - (A - LC)| = 0$ с матрицей коэффициентов

$$L = \begin{bmatrix} 7{,}5 & 14 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

при том же законе управления. На рис. 3, 4 представлены процессы для приведенных возмущений $w_1(t)$, $\hat{w}_1(t)$ и $w_2(t)$, $\hat{w}_2(t)$ соответственно.

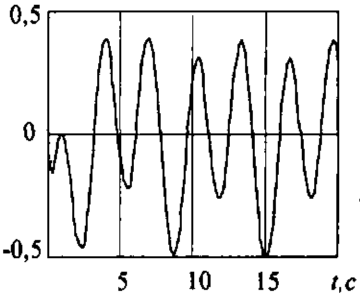

Рис. 1

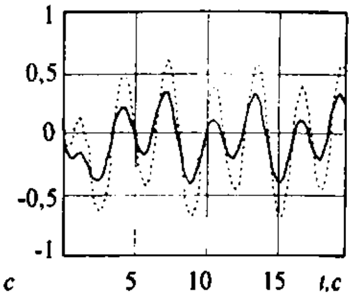

Рис. 2

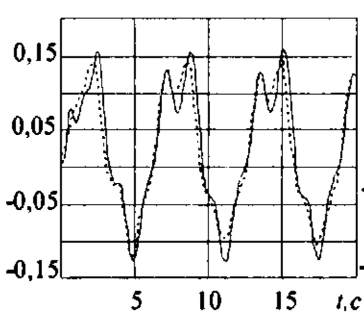

Рис. 3

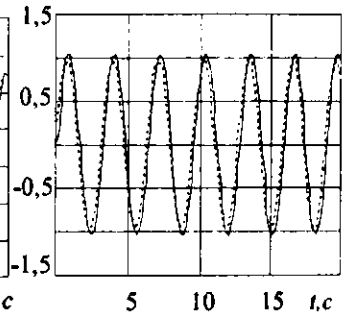

Рис. 4

Таким образом, использование наблюдающего устройства (23) позволяет существенно повысить точность оценки вектора состояния $x(t)$.

В заключение отметим, что предложенные способы построения наблюдающих устройств (11) и (23) могут быть использованы для синтеза законов управления, подавляющих внешние возмущения.

Работа поддержана Министерством науки и технологий КНР по программе международного сотрудничества № 2008DFR10530.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л.* Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.

2. *Цыкунов А.М.* Адаптивное и робастное управление динамическими объектами по выходу. М.: Физмалит, 2009. 268 с.

3. *Назин С.А., Поляк Б.Т., Топунов М.В.* Подавление ограниченных внешних возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов // Автоматика и телемеханика. 2007. № 3. С. 106–125.

4. *Емельянов С.В., Коровин С.К.* Новые типы обратной связи: Управление при неопределенности. М.: Наука, 1977. 352 с.

5. *Востриков А.С.* Синтез нелинейных систем методом локализации. Новосибирск: Изд-во НГУ, 1990. 120 с.

6. *Юркевич В.Д.* Синтез нелинейных нестационарных систем управления с разнотемповыми процессами. СПб.: Наука, 2000. 288 с.

7. *Уткин В.И.* Скользящие режимы в задачах оптимизации и управления. М.: Наука, 1981. 368 с.

8. *Дроздов В.Н., Мирошник И.В., Скорубский В.И.* Системы автоматического управления с микроЭВМ. Л.: Машиностроение, 1989. 284 с.

9. *Гаркушенко В.И.* Синтез нестационарных систем управления по выходу при неопределенных внешних воздействиях // Вестник КГТУ им. А. Н. Туполева. 1999. № 2. С. 40–43.

10. *Гаркушенко В.И.* Синтез нелинейных нестационарных систем управления по выходу в условиях неопределенности // Известия вузов. Авиационная техника. 2008. № 2. С. 23–26.

11. *Маликов А.И.* Синтез алгоритмов оценивания состояния нелинейных регулируемых систем с применением матричных систем сравнения // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 1998. № 3. С. 54–59.

Поступила в редколлегию 01.04.10

ON ASSESSMENT OF LIMITED EXTERNAL DISTURBANCES IN SYSTEMS OF CONTROL AT INCOMPLETE INFORMATION

V.I. Garkushenko

We consider here the problem on assessment of state vector and unknown limited external disturbances for nonstationary system by measuring the output values in the presence of interference. Also presented here are some techniques for constructing the monitoring devices with use of implicit model of external disturbances examined.

Key words and expressions: assessment of the state vector and unknown external disturbances; monitoring device.

Гаркушенко Владимир Иванович – канд. техн. наук (КГТУ – КАИ, Казань)
E-mail: wig@front.ru