УДК 517.91

Синтез нелинейных нестационарных систем управления по выходу в условиях неопределенности

В.И. ГАРКУШЕНКО,
канд. техн. наук
(КГТУ – КАИ, Казань)

Рассматривается задача синтеза законов управления нелинейных нестационарных систем по измеряемому выходу при наличии неопределенных внешних воздействий и нелинейностей, удовлетворяющих секторным ограничениям.

Для решения задачи синтеза управления нелинейных и нестационарных систем используются различные методы [1 – 7]. Вместе с тем данная задача синтеза остается актуальной при учете неопределенностей ее математической модели, внешних воздействий и неполной информации о векторе состояния системы. В данной статье развивается метод синтеза управления, предложенный в работе [7], для класса нелинейных нестационарных систем с секторными ограничениями нелинейностей.

Пусть в некоторой ограниченной области евклидова пространства возмущенное движение управляемой системы в отклонениях от невозмущенного движения описывается дифференциальным уравнением

$$\begin{gathered}\dot{x}(t)=A_0(t)x(t)+B_0(t)\varphi(t,u(t))+\\ +H(t)\overline{\varphi}(t,\sigma(t))+D(t)w(t),\ \ x(t_0)=x_0; \qquad (1)\\ y(t)=C(t)x(t)+v(t); \qquad \sigma(t)=L(t)x(t),\end{gathered}$$

где $x(t)\in\boldsymbol{R}^n$ – вектор состояния; $u(t)\in\boldsymbol{R}^m$ – вектор управления (принадлежит классу кусочно-непрерывных функций со значениями из некоторой области U – m-мерного евклидова пространства); $y(t)\in\boldsymbol{R}^l$ – вектор измеряемых выходных координат; $w(t)\in\boldsymbol{R}^p$ – вектор возмущающих воздействий; $v(t)\in\boldsymbol{R}^l$ – вектор помех измерения; $\sigma(t)\in\boldsymbol{R}^s$ – вектор переменных; $\varphi(t,u(t))\in\boldsymbol{R}^m$ и $\overline{\varphi}(t,\sigma(t))\in\boldsymbol{R}^s$ – неопределенные нелинейные вектор-функции, компоненты которых удовлетворяют условиям:

$$\forall u_i\in\boldsymbol{R}^1,\ k_{1i}\le\varphi_i(t,u_i(t))/u_i(t)\le k_{2i},\ i=\overline{1,m}; \qquad (2)$$

$$\forall \sigma_i\in\boldsymbol{R}^1,\ \overline{k}_{1i}\le\overline{\varphi}_i(t,\sigma_i(t))/\sigma_i(t)\le \overline{k}_{2i},\ i=\overline{1,s}, \qquad (3)$$

где $k_{ji}>0$ – постоянные; $A_0(t), B_0(t), C(t), D(t), H(t), L(t)$ – матрицы с непрерывными и ограниченными элементами для $t\in[t_0,\infty)$, причем матрицы $B_0(t), C(t)$ – полного ранга. Здесь также можно считать, что элементы указанных матриц могут зависеть от координат измеряемого вектора $y(t)$, как известных функций времени [2].

Предполагается, что начальное состояние рассматриваемой системы отвечает неравенству

$$x(t_0)x^T(t_0)\le K_0(t_0), \qquad (4)$$

а внешние воздействия стеснены ограничениями

$$w(t)w^T(t)\le Q_w(t); \qquad (5)$$

$$v(t)v^T(t)\le Q_v(t). \qquad (6)$$

Здесь $K_0(t_0)$, $Q_w(t)$ – неотрицательно или положительно определенные матрицы, $Q_v(t)$ – положительно определенная матрица; все указанные матрицы считаются заданными. Отметим, что в отличие от стохастического подхода к анализу неопределенных факторов [6] здесь не требуется знания вероятностных характеристик воздействий $w(t), v(t)$.

Нелинейные вектор-функции $\varphi(t,u(t))$, $\overline{\varphi}(t,\sigma(t))$ уравнения (1) можно представить в виде

$$\varphi(t,u(t))=\Lambda_1 u(t)+\Delta\varphi(t); \quad \overline{\varphi}(t,\sigma(t))=\overline{\Lambda}_1\sigma(t)+\Delta\overline{\varphi}(t),$$

где

$$\Lambda_1=\operatorname*{diag}_{i=\overline{1,m}}\left\{(k_{1i}+k_{2i})/2\right\}; \quad \overline{\Lambda}_1=\operatorname*{diag}_{i=\overline{1,s}}\left\{(\overline{k}_{1i}+\overline{k}_{2i})/2\right\}.$$

Тогда согласно (2), (3) выполняются неравенства

$$\left(\frac{\Delta\varphi_i(t)}{u_i(t)}\right)^2\le\left(\frac{k_{2i}-k_{1i}}{2}\right)^2; \quad \left(\frac{\Delta\overline{\varphi}_i(t)}{\sigma_i(t)}\right)^2\le\left(\frac{\overline{k}_{2i}-\overline{k}_{1i}}{2}\right)^2.$$

Отсюда следуют ограничения

$$\Delta\varphi^T(t)\Delta\varphi(t)\le u^T(t)\Lambda_2^2u(t); \qquad (7)$$

$$\Delta\overline{\varphi}^T(t)\Delta\overline{\varphi}(t)\le \sigma^T(t)\overline{\Lambda}_2^2\sigma(t), \qquad (8)$$

где

$$\Lambda_2=\operatorname*{diag}_{i=\overline{1,m}}\left\{(k_{2i}-k_{1i})/2\right\}; \quad \overline{\Lambda}_2=\operatorname*{diag}_{i=\overline{1,s}}\left\{(\overline{k}_{2i}-\overline{k}_{1i})/2\right\}.$$

Уравнение (1) перепишем в следующем виде:

$$\dot{x}(t)=A(t)x(t)+B(t)u(t)+\xi(t); \quad y(t)=C(t)x(t)+v(t), \qquad (9)$$

где $A(t)=A_0(t)+H(t)\overline{\Lambda}_1L(t)$; $B(t)=B_0(t)\Lambda_1$; $\xi(t)= =B_0(t)\Delta\varphi(t)+H(t)\Delta\overline{\varphi}(t)+D(t)w(t)$.

Наряду с системой (9) будем рассматривать эталонную систему без учета влияния неопределенных воздействий, полагая $\xi(t)=0$, $v(t)=0$, при тех же начальных условиях:

$$\dot{x}^*(t)=A(t)x^*(t)+B(t)u^*(t); \quad y^*(t)=C(t)x^*(t). \qquad (10)$$

Будем также считать, что известен непрерывный закон управления

$$u^*(t)=G^*(t)x^*(t), \qquad (11)$$

при полном измерении вектора состояния $x^*(t)$ обеспечивающий требуемое качество переходных процессов координат выхода $y^*(t)$ замкнутой системы (10), (11): время регулирования $t_{\text{р}}$, перерегулирование для заданных начальных условий. Здесь матрица $G^*(t)$ может быть определена различными способами, например приведенными в работах [1 – 7].

1. Ставится задача синтеза закона управления по измеряемому выходу

$$u(t) = G(t)y(t) \tag{12}$$

из условия приближения переходных процессов $x(t)$ системы (9), (12) с учетом неопределенностей (4) – (8) к процессам системы (10), (11). При этом задача синтеза считается решенной, если для координат выхода $y(t)$ обеспечивается требуемое качество переходных процессов и в установившемся режиме достигается заданная точность: $|y_i(t)| \le y_{i\max}$, $i = \overline{1,m}$, при $t \ge t_\text{р}$.

Отметим, что для поставленной задачи в процессе проектирования САУ всегда может быть найдено приемлемое решение за счет определения допустимых ограничений (2) – (6) и необходимого состава измеряемых координат вектора $y(t)$.

Запишем уравнение (9) в отклонении $\Delta x(t) = x(t) - x^*(t)$ относительно решения системы (10), (11):

$$\Delta\dot{x}(t) = P^*(t)\Delta x(t) + B(t)\Delta u(t) + \xi(t), \quad \Delta x(t_0) = 0, \tag{13}$$

где $\Delta u(t) = u(t) - G^*(t)x(t)$; матрица $P^*(t) = A(t) + B(t)G^*(t)$ обеспечивает асимптотическую устойчивость собственных движений системы (13). Для решения системы (13), записанного для произвольного выхода $c^T\Delta x(t)$, при $\xi(t) = 0$ с учетом неравенства Коши – Буняковского следует оценка

$$\left|c^T\Delta x(t)\right|^2 \le \left(\int_{t_0}^{t}\left\|c^T\Phi^*(t,\tau)B(\tau)\right\|\left\|\Delta u(\tau)\right\|d\tau\right)^2 \le$$

$$\le \int_{t_0}^{t}\left\|c^T\Phi^*(t,\tau)B(\tau)\right\|^2 d\tau\int_{t_0}^{t}\left\|\Delta u(\tau)\right\|^2 d\tau = c^TK^*(t)c\tilde{J}(t), \tag{14}$$

где $\Phi^*(t,\tau)$ – переходная матрица системы (13); $K^*(t)$ – неотрицательно определенная матрица решения уравнения [5]:

$$\dot{K}^*(t) = P^*(t)K^*(t) + K^*(t)P^{*T}(t) + B(t)B^T(t), \quad K^*(t_0) = 0;$$

величина

$$\tilde{J}(t) = \int_{t_0}^{t}\Delta u^T(\tau)\Delta u(\tau)d\tau \tag{15}$$

характеризует меру отклонения управления (12) от управления (11).

В силу произвольного выбора вектора c из неравенства (14) получим оценку

$$\Delta x(t)\Delta x^T(t) \le K^*(t)\tilde{J}(t) \le K^*(t)J(t),$$

где $J(t)$ – верхняя оценка функционала $\tilde{J}(t)$. Отсюда следует, что чем меньше величина $J(t)$, тем ближе переходные процессы системы с законами управления (12) и (11).

Найдем оценку $J(t)$ с помощью решения системы сравнения для исходного уравнения (1) при неопределенностях (4) – (8).

Согласно работе [7] для решения системы (9) выполняется неравенство $x(t)x^T(t) \le K(t)$, $t \ge t_0$, где $K(t) \ge 0$ – решение матричного уравнения сравнения:

$$\begin{gathered}\dot{K}(t) = P(t)K(t) + K(t)P^T(t) + \alpha(t)K(t) + Q(t),\\ K(t_0) = K_0(t_0).\end{gathered} \tag{16}$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$P(t) = A(t) + B(t)G(t)C(t); \quad \alpha(t) = \sum_{i=1}^{4}\alpha_i(t);$$

$$Q(t) = D(t)\tilde{Q}_w(t)D^T(t) + \mathrm{Sp}\left\{G(t)W(t)G^T(t)\Lambda_2^2\right\}\tilde{Q}_\varphi(t) +$$

$$+\mathrm{Sp}\left\{L(t)K(t)L^T(t)\overline{\Lambda}_2^2\right\}\tilde{Q}_{\overline{\varphi}}(t) + B(t)G(t)\tilde{Q}_v(t)G^T(t)B^T(t),$$

где $\tilde{Q}_w(t) = \alpha_1^{-1}(t)Q_w(t)$; $\tilde{Q}_\varphi(t) = \alpha_2^{-1}(t)B_0(t)B_0^T(t)$;

$$\tilde{Q}_{\overline{\varphi}}(t) = \alpha_3^{-1}(t)H(t)H^T(t); \; \tilde{Q}_v(t) = \alpha_4^{-1}(t)Q_v(t);$$

$$W(t) = \left[1 + \beta(t)\right]Z(t) + \left[1 + \beta^{-1}(t)\right]Q_v(t);$$

$$Z(t) = C(t)K(t)C^T(t);$$

$\alpha_i(t) > 0$, $i = \overline{1,4}$, $\beta(t) > 0$ – произвольные функции.

Учитывая, что $\Delta u(t) = G(t)\left(C(t)x(t) + v(t)\right) - G^*(t)x(t)$, перепишем выражение (15) в эквивалентном виде, используя обозначение $\mathrm{Sp}\{\cdot\}$ следа матрицы:

$$\tilde{J}(t) = \int_{t_0}^{t}\mathrm{Sp}\Big\{\Big(\left(G(\tau)C(\tau) - G^*(\tau)\right)x(\tau) + G(\tau)v(\tau)\Big)\times$$

$$\times\Big(\left(G(\tau)C(\tau) - G^*(\tau)\right)x(\tau) + G(\tau)v(\tau)\Big)^T\Big\}d\tau.$$

Тогда согласно [7] для произвольной функции $\gamma(t) > 0$ будет справедлива оценка

$$\tilde{J}(t) \le J(t) = \int_{t_0}^{t}\mathrm{Sp}\Big\{(1+\gamma(\tau))\left(G(\tau)C(\tau) - G^*(\tau)\right)^T\times$$

$$\times\left(G(\tau)C(\tau) - G^*(\tau)\right)K(\tau) + (1+\gamma(\tau))^{-1}G^T(\tau)G(\tau)Q_v(\tau)\Big\}d\tau. \tag{17}$$

Найдем матрицу $G(t)$, минимизирующую локальный критерий $J(t)$ (17) при наличии связи (16). Для этого воспользуемся условием оптимальности: $\min\limits_{u(t)\subset U} dJ(t)/dt$, где $dJ(t)/dt$ зависит от решения системы сравнения (16).

Зададим $G(t) = G_0(t) + \delta G(t)$ и найдем первую вариацию $\delta\dot{J}(t)$ для производной $dJ(t)/dt$:

$$\delta\dot{J}(t) = 2\mathrm{Sp}\Big\{\delta G^T(t)\Big[(1+\gamma(t))\left(G_0(t)C(t) - G^*(t)\right)\times$$

$$\times K(t)C^T(t) + (1+\gamma^{-1}(t))G_0(t)Q_v(t)\Big]\Big\}.$$

Полагая $\delta\dot{J}(t) = 0$, для произвольной матрицы $\delta G(t)$ получим

$$G_0(t) = G^*(t)K(t)C^T(t)\left(Z(t)+\gamma^{-1}(t)Q_v(t)\right)^{-1}. \quad (18)$$

Поскольку в этом случае вторая вариация

$$\delta^2\dot{J}(t) = (1+\gamma(t))\mathrm{Sp}\left\{\delta G(t)\left(Z(t)+\gamma^{-1}(t)Q_v(t)\right)\delta G^T(t)\right\} > 0,$$

то решение (18) доставляет минимум функционалу (17).

Утверждение. Собственное движение замкнутой системы

$$\dot{x}(t) = P(t)x(t) \quad (19)$$

удовлетворяет оценке

$$x(t)x^T(t) \le \exp\left(-\int_{t_0}^{t}\alpha(\tau)d\tau\right)K(t), \quad (20)$$

где матрица $K(t)$, $t \ge t_0$, является решением уравнения (16).

Доказательство. Наряду с (16) рассмотрим уравнение

$$\dot{\tilde{K}}(t) = P(t)\tilde{K}(t) + \tilde{K}(t)P^T(t) + \alpha(t)\tilde{K}(t),\ \ \tilde{K}(t_0) = K_0(t_0), \quad (21)$$

решение которого в силу $Q(t) \ge 0$ удовлетворяет неравенству $\tilde{K}(t) \le K(t)$. Полагая $\tilde{K}(t) = \exp\left(\int_{t_0}^{t}\alpha(\tau)d\tau\right)K^*(t)$, из (21) получим уравнение

$$\dot{K}^*(t) = P(t)K^*(t) + K^*(t)P^T(t),\ \ K^*(t_0) = K_0(t_0),$$

решение которого гарантирует выполнение оценки $x(t)x^T(t) \le K^*(t)$ для системы (19) при $x(t_0)x^T(t_0) \le K^*(t_0)$. Тем самым справедливы неравенства

$$x(t)x^T(t) \le \exp\left(-\int_{t_0}^{t}\alpha(\tau)d\tau\right)\tilde{K}(t) \le \exp\left(-\int_{t_0}^{t}\alpha(\tau)d\tau\right)K(t),$$

что и требовалось доказать.

Следствие. В случае существования ограниченного решения $K(t) \ge 0$, $t \ge t_0$, при $K_0(t_0) > 0$ система (19) асимптотически устойчива. Действительно, в этом случае для любого вектора c будет справедлива оценка

$$\left(c^T x(t)\right)^2 \le \exp\left(-\int_{t_0}^{t}\alpha(\tau)d\tau\right)c^T K(t)c \le$$
$$\le \exp\left(-\alpha_0(t-t_0)\right)c_0, \quad (22)$$

где $c_0 = \max\limits_{t\ge t_0} c^T K(t)c < \infty$; $\alpha_0 = \min\limits_{t\ge t_0}\alpha(t) > 0$.

Для оптимизации оценки (22) свободные параметры $\alpha_i(t)$, $i=\overline{1,4}$, будем искать из условия минимума функции $J_0(t) = c^T K(t)c$. Для этого воспользуемся условием оптимальности $\min\limits_{\alpha_i(t),\, i=\overline{1,4}} dJ_0(t)/dt$, где выражение $dJ_0(t)/dt = c^T\dot{K}(t)c$ определяется правой частью уравнения (16). Здесь нетрудно показать, что указанный минимум достигается для значений

$$\alpha_1(t) = \left(c^T D(t)Q_w(t)D^T(t)c / c^T K(t)c\right)^{1/2};$$
$$\alpha_2(t) = \left(\mathrm{Sp}\left\{G(t)W(t)G^T(t)\Lambda_2^2\right\}c^T B_0(t)B_0^T(t)c / c^T K(t)c\right)^{1/2};$$
$$\alpha_3(t) = \left(\mathrm{Sp}\left\{L(t)K(t)L^T(t)\bar{\Lambda}_2^2\right\}c^T H(t)H^T(t)c / c^T K(t)c\right)^{1/2};$$
$$\alpha_4(t) = \left(c^T B(t)G(t)Q_v(t)G^T(t)B^T(t)c / c^T K(t)c\right)^{1/2}$$

при $c^T K(t)c \ne 0$.

2. Если не удается обеспечить требуемое качество переходных процессов системы (19) по измеряемому выходу $y(t)$, то следует использовать динамический закон управления:

$$\dot{x}_d(t) = A_d x_d(t) + B_d y(t),\ \ x_d(t_0) = 0; \quad (23)$$

$$u(t) = G_1(t)y(t) + G_2(t)x_d(t), \quad (24)$$

где $x_d(t) \in \boldsymbol{R}^{n_d}$ – вектор состояния, $n_d = m\mu$. Значение коэффициента μ определяется согласно работе [8] из неравенства

$$\mu \ge E\left\{(n+1-m-l)/l\right\}, \quad (25)$$

где $E\{\cdot\}$ – функция округления в бóльшую сторону числа, заключенного в фигурные скобки. Здесь собственные значения матрицы A_d обладают значительным запасом устойчивости, пара (A_d, B_d) управляема. Например, матрицы A_d, B_d можно принять в виде

$$A_d = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c} 0 & I_m & 0 & \cdots & 0 \\ \hline 0 & 0 & I_m & \cdots & 0 \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hline 0 & 0 & 0 & \cdots & I_m \\ \hline -a_{n_d}I_m & -a_{n_d-1}I_m & -a_{n_d-1}I_m & \cdots & -a_1 I_m \end{array}\right];\ B_d = \left[\begin{array}{c} 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \cdots \\ \hline B_\mu \end{array}\right],$$

где $B_\mu - m\times l$-матрица, коэффициенты a_i, $i=\overline{1,n_d}$, соответствуют устойчивому желаемому полиному

$$d(p) = p^{n_d} + a_1 p^{n_d-1} + \ldots + a_{n_d-1}p + a_{n_d}.$$

С помощью расширенного вектора состояния $x_p = [x^T, x_d^T]^T$ систему (9), (23) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p(t)x_p(t) + B_p(t)u(t) + \xi_p(t); \\ y_p(t) &= C_p(t)x_p(t) + v_p(t), \end{aligned} \quad (26)$$

где приняты следующие обозначения:

$$A_p(t) = \begin{bmatrix} A(t) & 0_{n\times n_d} \\ B_d C(t) & A_d \end{bmatrix};\quad B_p(t) = \begin{bmatrix} B(t) \\ 0_{n_d\times m} \end{bmatrix};$$

$$C_p(t) = \begin{bmatrix} C(t) & 0_{l\times n_d} \\ 0_{n_d\times n} & I_{n_d} \end{bmatrix};\ \ \xi_p(t) = \begin{bmatrix} \xi(t) \\ B_d v(t) \end{bmatrix};\ \ v_p(t) = \begin{bmatrix} v(t) \\ 0_{n_d} \end{bmatrix}.$$

Для системы (26) аналогично предыдущему можно провести синтез закона управления $u(t)$ по измеряемому выходу $y_p(t)$, полагая

$$u^*(t) = \begin{bmatrix} G^*(t) & 0_{m\times n_d} \end{bmatrix} x_p(t).$$

4 Л110

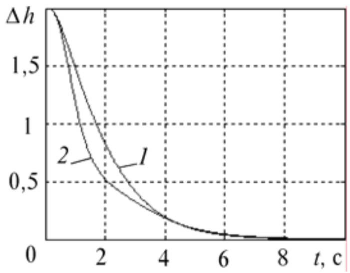

Рис. 1

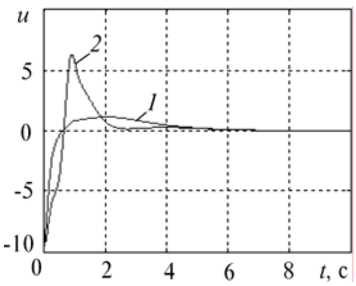

Рис. 2

Пример. Рассмотрим систему управления движением центра масс подвижного объекта, уравнения динамики которого имеют вид [5]:

$$\begin{aligned} m\Delta\ddot{h}(t) &= a_1\delta(t) + b_1\delta^3(t) + w_1(t)\,; \\ T\dot{\delta}(t) + \delta(t) &= c_1\varphi(u(t)) + w_2(t)\,, \end{aligned} \qquad (27)$$

где Δh – координата центра масс; δ – отклонение управляющего органа; m, a_1, b_1, c_1, T – постоянные параметры. Будем считать, что функция $\varphi(u)$, зависящая от управляющего сигнала u, удовлетворяет секторному ограничению

$$k_1 \le \varphi(u)/u \le k_2\,;$$

измерению доступны сигналы $\Delta h(t)$, $\delta(t)$ с ошибками измерения $v_i(t)$, $i = 1, 2$.

Вводя вектор состояния $x = [\Delta h, \Delta\dot{h}, \delta]^T$, систему (27) представим в виде (9), где при $a_{23}(x_3) = a_1/m + b_1 x_3^2/m$, $a_{33} = -1/T$, $b_3 = c_1/T$ будем иметь

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a_{23}(x_3) \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}; \qquad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

За исходные данные примем следующие значения: $a_1/m = 1$; $b_1/m = 1$; $T = 0{,}2$; $b_3 = 1$; $k_1 = 0{,}5$; $k_2 = 1{,}5$; $Q_w = I_2$; $Q_v = 0{,}2 I_2$; $K_0(0) = 4 I_3$.

Для обеспечения замкнутой системе требуемых динамических свойств используем динамический закон управления (23), (24), порядок которого согласно (25) примем $n_d = 1$, полагая $A_d = -5$, $B_d = [1 \quad 0]$.

В качестве закона управления (11) используем один из законов, полученных в работе [4] для решения данной задачи при полном измерении вектора состояния системы и без учета неопределенностей,
с матрицей:

$$G^*(t) = -\left[\frac{\beta_1}{T_1} \quad \beta_1 + \frac{\beta_2}{T_1} \quad \beta_2(1 + x_3^2(t)) + \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T}\right]. \qquad (28)$$

Данный закон управления при $\beta_1 > 0$, $\beta_2 > 0$, $T_1 > 0$ обеспечивает асимптотическую устойчивость замкнутой системы (27), (11) для $\varphi(u(t)) = u(t)$.

Полагая $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 2$, $T_1 = 0{,}2$, $\gamma(t) = 1$, $c = [1\ 0\ 1\ 0]$, проведем синтез закона управления (12), (18), (16), осуществляя интегрирование уравнения (16) с помощью приближенной дискретной модели с шагом дискретности, равным 0,01 с. На рис. 1 представлены графики переходных процессов по координате $\Delta h(t)$ замкнутой системы (27), (11), (28) – кривая *1* – и системы (27), (12), (18), (16) – кривая *2* – без учета неопределенностей, построенные при начальном условии $x_1(0) = 2$ и остальных координатах, равных нулю. На рис. 2 приводятся соответствующие графики процессов управляющего сигнала $u(t)$. Из сравнения процессов рис. 1 следует, что найденный динамический закон управления обеспечивает такое же качество переходных процессов, как и в эталонной системе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кунцевич В.М., Лычак М.М.* Синтез систем автоматического управления с помощью функций Ляпунова. Л.: Наука, 1977. 399 с.
2. *Подчукаев В.А.* Теория автоматического управления: Аналитические методы. М.: Физматлит, 2004. 392 с.
3. *Колесников А.А.* Синергетические методы управления сложными системами. М.: КомКнига, 2006. 240 с.
4. *Красовский А.А., Буков В.Н., Шендрик В.С.* Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами. М.: Наука, 1977. 272 с.
5. *Андреев Ю.Н.* Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука, 1976. 424 с.
6. *Дегтярев Г.Л., Ризаев И.С.* Синтез локально-оптимальных алгоритмов управления летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1991. 304 с.
7. *Гаркушенко В.И.* Синтез нестационарных систем управления по выходу при неопределенных внешних воздействиях // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 1999. № 2. С. 40 – 43.
8. *Гаркушенко В.И.* Синтез дискретно-непрерывного регулятора для линейных многомерных систем с учетом внешних воздействий // Изв. вузов. Авиационная техника. 2003. № 2. С. 22 – 26.

Поступила в редакцию
16.05.08

Synthesis of Nonlinear Nonstationary Control Systems by Output under Conditions of Uncertainty

V.I. GARKUSHENKO

A problem of synthesizing the control laws for nonlinear nonstationary control systems by output being measured under uncertain external actions and nonlinearities that meet the sector constraints is considered.