ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ, ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНЫЕ И СОЦИАЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ СОВРЕМЕННОГО РАЗВИТИЯ НАУКИ, ТЕХНИКИ И ОБЩЕСТВА

Материалы II Городской молодёжной научной конференции

27 мая 2022 г., Казань

Казань 2022

Министерство науки и высшего образования РФ

Казанский национальный исследовательский технический
университет им. А.Н. Туполева-КАИ (КНИТУ-КАИ)

Физико-математические, естественно-научные и социальные аспекты современного развития науки, техники и общества

Материалы II Городской молодёжной научной конференции

27 мая 2022 г., Казань

Электронное издание

Казань 2022

ISBN 978-5-6047603-8-3

УДК 004:621.3:51
ББК 32.81:31.2:22.1
Ф 50

Физико-математические, естественно-научные и социальные аспекты современного развития науки, техники и общества: материалы II Городской молодёжной научной конференции, 27 мая 2022 г., Казань, Россия. – Казань: ИП Сагиев А.Р., 2022. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). – ISBN 978-5-6047603-8-3. – Загл. с титул. экрана. – Текст: электронный.

Систем. требования: Intel от 1,3 ГГц; Windows XP/Vista/10; дисковод CD-ROM; Adobe Reader.

В сборнике приведены доклады, представленные на II Городской молодежной научной конференции «Физико-математические, естественно-научные и социальные аспекты современного развития науки, техники и общества», посвященные задачам математики в инженерных расчетах, социальным аспектам математики, истории математики.

Материалы докладов публикуются в авторской редакции.

Ответственность за аутентичность и точность имен, названий и иных сведений, а также за соблюдение законов об интеллектуальной собственности несут авторы публикуемых материалов.

Мнение редакционной коллегии может не совпадать как с точкой зрения авторов на проблему, так и в отношении стилистики излагаемых материалов.

ISBN 978-5-6047603-8-3

УДК 004.932

РОБОТИЗИРОВАННЫЙ ЗАХВАТ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И КЛАССИФИКАЦИЯ СУЩЕСТВУЮЩИХ ПОДХОДОВ

Абдуллов Т.С., Мухаметов А.Н.

abdullov.1996@mail.ru

Научный руководитель: З.Я. Якупов, к.ф.-м.н., доцент

(*Казанский национальный исследовательский технический университет им А. Н. Туполева – КАИ, Казань*)

Задача роботизированного захвата объекта имеет решающее значение для многих приложений, а также является сложной проблемой для компьютерного зрения и робототехники. В этой работе даётся формальная постановка задачи, кратко описывается классификация подходов и роботизированная система.

Введение

Человек, видя новые объекты, моментально и неосознанно определяет ориентацию объекта и позу его захвата. Для человека эта задача решается настолько просто, что он даже не задумывается об этом, но для робота она является очень тяжелой. Роботизированный захват, оценка места захвата и манипулирование объектами представляют собой серьезную проблему [1]. К созданию когнитивных роботов, способных действовать на том же уровне ловкости, что и люди, подходили на протяжении многих десятилетий. Несмотря на большой интерес в исследованиях и промышленности, это остается одной из самых сложных задач робототехники.

Решение этой задачи крайне актуальна в промышленности. Более короткие жизненные циклы продуктов и неуклонно растущий спрос на индивидуальную настройку требуют более гибких и изменяемых производственных систем, что приводит к необходимости автоматической настройки робототехнических систем. Разработка роботов, которые могут работать в динамичных и неструктурированных средах, представляет большой интерес. Особенно эта технология необходима в местах, где участие человека крайне затруднительно или опасно для жизни. Существуют множество подходов к решению задачи роботизированного захвата. Сейчас актуальны методы, основанные на технологии глубокого обучения из-за способности проводить обобщения.

В статье ставится формальная постановка задачи и даётся краткое описание проблемы и подходов к её решению.

Роботизированная система

Для работы на заводах и предприятиях используют разные виды робототехнических систем. Среди них можно выделить особый тип роботов — это “роботизированная рука”. Роботизированная рука – это тип механической руки, которая может выполнять функции, аналогичные с человеческой рукой. Рука может быть как самостоятельной роботизированной ячейкой, так и являться частью более сложной системы. Конструкция механической руки схожа со строением человеческой руки, что позволяет проводить сложные манипуляции, в том числе с помощью специализированного захвата извлекать объекты.

Технология роботизированных захватов позволяет манипуляторам роботов взаимодействовать с объектами, а также с окружающей средой. В зависимости от поставленной задачи выбирают подходящую конфигурацию захвата (вакуумный захват или гриппер – параллельный захват) для развёртывания. Захваты роботов являются частью экосистемы наряду с большим количеством специально созданных захватов. Среди множества захватов можно выделить пневматический захват с угловым или параллельным движением поверхности для захвата объекта. (Рис. 1).

Наборы данных

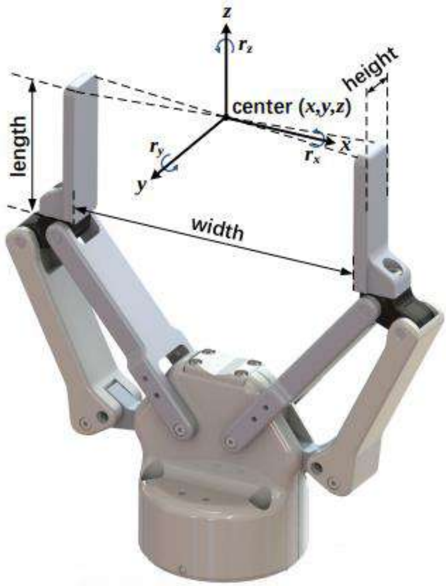


Рис. 1. Гриппер – параллельный захват

Роботизированный захват объектов — это фундаментальная проблема не только в научной сфере робототехнике, но и во множестве сфер индустрии и промышленности. Для эффективного решения этой задачи требуется большое количество качественных данных. Из всех существующих наборов данных можно выделить набор данных проекта GraspNet [2]. В наборе данных GraspNet содержится 190 нагромождённых сцен действия, снятых с использованием двух популярных RGBD камер (Kinect Azure и RealSense D435), что в сумме даёт 97280 изображений и каждое изображения аннотируется 6D-позой захвата. В общей сложности набор данных содержит 88 объектов и 1.1 миллиарда аннотированных поз захвата.

Постановка задачи

Необходимо построить алгоритм, который по заданному состоянию сцены должен вычислить множество конфигураций для захвата объектов, которые расположены на сцене. Пусть положение захвата описывается следующим образом:

$$G = (x, y, z, r_x, r_y, r_z, w),$$

где x, y, z — координаты центра захвата, r_x, r_t, r_z — углы поворота захвата, w— ширина захвата(Рис.1).

Входные данные могут быть представлены: 1) в виде облака точек

$$I = (x_i, y_i, z_i),$$

где $x_i, y_i, z_i \in \mathbb{R}$— координаты точки сцены относительно устройства съемки, 2) или в формате RGBD:

$$I = (C, D),$$

где $C \in \mathbb{R}^{3\times H\times W}$ — цветное трехканальное с высотой H и шириной W изображение, а $D \in \mathbb{R}^{H\times W}$ — карта глубины с теми же размерностями. Тогда необходимо найти такой алгоритм A, который проводит отображение множества входных данных во множество поз захвата:

$$A(I, \bar{w}) = V,$$

где $\bar{w}$— параметры алгоритма; $V = (G'_1, \dots, G'_K)$— множество предсказанных поз рабочего органа для захвата.

Классификация существующих подходов

Подходы к решению задачи по роботизированному захвату можно классифицировать по множеству различных критериев. Вообще говоря, подходы можно разделить на аналитические или на технологии машинного обучения [3, 4]. Аналитические (иногда называемые геометрическими) подходы [5,6] обычно анализируют форму целевого объекта, чтобы определить подходящую позу захвата. Подходы, основанные на данных, используют технологию машинного обучения и приобрели популярность в последние годы. Они добились значительного прогресса, благодаря увеличению доступности данных, лучшим вычислительным ресурсам и усовершенствованиям алгоритмов.

Кроме того, подходы можно разделить на модельные и безмодельные в зависимости от того, используют ли для решения рассматриваемой задачи конкретные знания об объекте [7]. Кроме того, их можно дифференцировать по тому, ориентированы ли они на захват и манипулирование жесткими, сочлененными или гибкими/деформируемыми объектами, и может ли метод обрабатывать известные, знакомые или неизвестные объекты [8].

Дополнительным критерием является тип машинного обучения, т. е. обучается ли система с помощью обучения с учителем или обучения с подкреплением [9]. Аннотации могут быть предоставлены людьми или получены самоконтролируемым образом, т. е. метки генерируются автоматически. Подходы обычно либо выбирают кандидатов для захвата и ранжируют их с помощью нейронной сети (дискриминационные подходы) [10, 11], либо напрямую генерируют подходящие позы для захвата (генеративные подходы) [12, 13]. Кроме того, подходы различаются в зависимости от того, обучаются ли они в среде моделирования, в реальном мире или в обоих случаях, и используют различные виды данных датчиков (изображение RGB, изображение глубины, изображение RGBD, облако точек, потенциально несколько датчиков и т. д.). Более того, методы работают либо в разомкнутом (т.е. без какой-либо обратной связи), либо в замкнутом цикле [14-16]. Использование непрерывной обратной связи, основанной на визуальных характеристиках, обычно называют визуальным сопровождением. Помимо аппаратного обеспечения робота, подходы также различаются по типу захвата (двухпальцевый захват, вакуумный захват и т. д.) и свободе захвата (4D, 6D и т. д.). Более того, некоторые подходы сосредоточены на схватывании только отдельных объектов, в то время как другие нацелены на схватывание в плотном беспорядке. Кроме того, некоторые методы могут выполнять манипуляции перед захватом, чтобы переместить объект в лучшую конфигурацию для захвата.

Заключение

Роботизированный захват объектов по-прежнему остаётся сложной задачей в компьютерном зрении и робототехнике. В статье дано описание типичной роботизированной системы и набора данных для задачи роботизированного захвата, так же описана формальная постановка задачи и классификация подходов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Hodson R. A gripping problem: designing machines that can grasp and manipulate objects with anything approaching human levels of dexterity is first on the to-do list for robotics. In: Nature; 2018.

2. Hao-Shu Fang et al. “GraspNet-1Billion: A LargeScale Benchmark for General Object Grasping”. In: Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2020, pp. 11444–11453.

3. Bohg J, Morales A, Asfour T, Kragic D. Data-driven grasp syn-thesis—a survey. In: IEEE Transactions on Robotics (T-RO); 2014.

4. Sahbani A, El-Khoury S, Bidaud P. An overview of 3D object grasp synthesis algorithms. In: Robotics and Autonomous Systems; 2012.

5. Абдуллов Т., Мухаметов А. Роботизированный захват объектов известной формы с использованием монокулярной камеры. В сборнике: Физико-математические, естественно-научные и социальные аспекты современного развития науки, техники и общества. материалы I Городской молодёжной научной конференции. Казань, 2021. С. 3-6.

6. Абдуллов Т., Мухаметов А. Захват объекта вакуумным прихватом из неотсортированного множества. Туп 85 XXV Туполевские чтения (школа молодых ученых): Международная молодёжная научная конференция. С.4-6.

7. Bormann R, Brito BF de, Lindermayr J, Omainska M, Patel M. Towards automated order picking robots for warehouses and retail. In: Tzovaras, Dimitrios and Giakoumis, Dimitrios and Vincze, Markus and Argyros, Antonis, editor. Computer Vision Systems; September 23–25, 2019; Thessaloniki, Greece. Cham: Springer International Publishing; 2019.

8. Bohg J, Morales A, Asfour T, Kragic D. Data-driven grasp synthesis—a survey. In: IEEE Transactions on Robotics (T-RO); 2014.

9. Sutton RS, Barto AG. Reinforcement learning: an introduction. Cambridge Massachusetts: The MIT Press; 2018.

10. Mahler J, Liang J, Niyaz S, Laskey M, Doan R, Liu X, et al. Dex-Net 2.0: deep learning to plan robust grasps with synthetic point clouds and analytic grasp Metrics. In: Amato N, Srinivasa S, Ayanian N, Kuindersma S, editors. Robotics: Science and Systems (RSS); July 12–16, 2017; Cambridge, Massachusetts, USA: Robotics Science and Systems Foundation; 2017.

11. Mahler J, Matl M, Liu X, Li A, Gealy D, Goldberg K. Dex-Net 3.0: computing robust vacuum suction grasp targets in point clouds using a new analytic model and deep learning. In: IEEE, editor. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA); May 21–25, 2018; Brisbane, QLD, Australia. Piscataway, NJ: IEEE; 2018.

12. Redmon J, Angelova A. Real-time grasp detection using convolutional neural networks. In: IEEE, editor. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA); May 26–30, 2015; Seattle, WA, USA; 2015.

13. Morrison D, Leitner J, Corke P. Closing the loop for robotic grasping: a real-time, generative grasp synthesis approach. In: Kress-Gazit H, Srinivasa S, Atanasov N, editors. Robotics: Science and Systems (RSS); June 26–30, 2018. Pittsburgh: Robotics Science and Systems Foundation; 2018.

14. Kumra S, Kanan C. Robotic grasp detection using deep convolutional neural networks. In: IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS); September 24–28, 2017; Vancouver: IEEE; 2017.

15. James S, Wohlhart P, Kalakrishnan M, Kalashnikov D, Irpan A, Ibarz J, et al. Sim-to real via sim-to-sim: data-efficient robotic grasping via randomized-to-canonical adap- tation networks. In: IEEE, editor. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR); June 16–20, 2019; Long Beach, CA; 2019.

16. Siciliano B, Khatib O, editors. Springer Handbook of Robotics. Berlin: Springer Science+Business Media; 2008.

ROBOTIC GRIPPER. STATEMENT OF THE PROBLEM AND CLASSIFICATION OF EXISTING APPROACHES

Abdullov T., Mukhametov A.

abdullov.1996@mail.ru

Supervisor: Z. Yakupov, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Associate Professor

(Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev–KAI, Kazan)

The task of robotic object capture is critical for many applications and is also a challenging problem for computer vision and robotics. In this work, a formal statement of the problem is given, a classification of approaches and a robotic system are briefly described.

УДК 3054

МАТЕМАТИКА В СУДЕБНОЙ МЕДИЦИНЕ

Азизова З.Р., Соколова Е.Е.
azizovazarina21@gmail.com
Научный руководитель: Чугунова А А., ст. преподаватель
Казанский институт(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Всероссийского государственного университета юстиции (РПА Минюста России)", г. Казань

Аннотация. Судмедэкспертиза — дело сложное и ответственное: нередко от правильности выводов судмедэкспертов зависят человеческие жизни. Когда речь идет о преступлениях против личности — убийстве, нанесении телесных повреждений, причинении вреда здоровью, то консультация врача придется к месту в девяти из десяти случаев. Также помощь эксперта нужна при определении возраста, родства, выявлении причин смерти, для разоблачения симуляции болезни или беременности.

Судебная медицина - это медицинская наука, которая тесно соприкасается с юридическими дисциплинами и математическими науками. Происхождение судебной медицины исторически связано с нуждами правовой науки, судопроизводства и государственного управления. Последнее наложило отпечаток не только на содержание судмедэкспертизы, а также и на её название.

В кодексе Юстиниана, положенным в основу римского права (529-534гг. нашей эры), говорится о роли врачей в судебном процессе, что «врачи собственно не свидетели, они более судьи, чем свидетели.

Научная судебная медицина возникла в Европе в 16 веке, как только было введено уголовное уложение Карла V ("Каролина " 1532г.), которое предполагало проведение судебно- медицинской экспертизы в делах, которые связаны с исследованием трупов в случае детоубийства, различных ранений, в том числе и при врачебных ошибках. В России в XVI- XVII вв. в отдельных случаях проводилась экспертиза, проверка трупов, погибших насильственной смертью. Официальное использование судебно-медицинской экспертизы введено в России с 1716 г. Воинским уставом Петра I. Воинский устав рассматривал обязательную судмедэкспертизу трупа в случаях насильственной смерти с составлением письменного заключения. Из-за отсутствия достаточного числа врачей, вскрытие трупов осуществлялись в больших городах при главных госпиталях. В 1828 году был утверждён "Устав судебной медицины", а в 1829 году были изданы "Правила для врачей при судебном осмотре и вскрытии неживых тел". Обучение судебной медицины началось в 90-х годах XVIII века в Московском университете. В советское время в октябре 1918 года был создан под отдел судебно-медицинской экспертизы в народном комиссариате здравоохранения, была организована стройная система судебно-медицинской службы, которая действует и в настоящее время. [3]

Практическое применение данных судебной медицины в следственной и судебной практике образовывает содержание судебно-медицинской экспертизы. Она предназначена для правосудия и применяется на основе и с соблюдением действующего в России Уголовного и гражданского законодательства, уголовно-процессуального и гражданского процессуального законодательства, в том числе положений, правил, приказов и инструкций Министерства здравоохранения России.

Судебно-медицинская экспертиза, как и другие виды экспертиз (судебно-психиатрическая, криминалистическая и др.), производятся по письменному постановлению следственных органов, прокуратуры и по определению суда.

Судебно-медицинская экспертиза может быть назначена: в уголовном процессе — до возбуждения уголовного дела при проверке сообщения о преступлении (ст. ст. 144, 195

УПК РФ), в процессе предварительного (ст. 195 УПК РФ) или судебного следствия (ст. 284 УПК РФ); в гражданском процессе (ст.74-78 ГПК РФ).[1],[2]

Математика имеет разные направления и применения в судебно-медицинской экспертизе. Рассмотрим некоторые из них. С помощью осмотра трупа эксперт может рассчитать, когда и во сколько умер человек, чем был нанесен удар, а также степень тяжести.

По характеру нанесения ран определяется:

1 период- период инфицирования раны, воспалительные процессы еще не выражены (до 2-х суток);

2 период - период некротически-воспалительных изменений в ране (2-5 суток);

3период- период затихания воспалительных реакций и начало регенеративных процессов (5-12 суток)

4 период – период регенеративных процессов и формирования рубца (12-18 суток);

5 период – период окончательного разложения раны (от месяца и больше).

Кроме того помимо характеристики ран существует отдельная их классификация, как кровоподтеки. Они также имеют большое значение, ведь эксперту по их виду придется вычислить когда примерно они были сделаны. На 4-6 сутки цвет становится зеленоватым - на 7-12 суток становится желтым, затем интенсивность цвета снижается и кровоподтек постепенно исчезает (от 10 дней до 1 месяца). Но к сожалению, из-за интенсивности рассасывания кровоподтека и реактивности организма давность кровоподтека можно определить лишь приблизительно. [5]

Огнестрельное ранение. Еще одно значимое и ярко выраженное применение математики в судебно-медицинской экспертизе. В этом случае эксперт определяет, из какого оружия был произведен выстрел, размер патрона и дистанцию, с которой стреляли.

Различают три дистанции выстрела:

- Выстрел в упор (герметический, не герметический, под углом);
- Выстрел с близкой дистанции;
- Выстрел с дальней дистанции.

Выстрел в упор описывается расположением дополнительных факторов выстрела в раневом канале или на небольшой части кожи вокруг огнестрельной раны, образование штац-марки – т.е. отпечатка дульного среза ствола. Исследование этого отпечатка может помочь установлению модели оружия. Выстрел с близкого расстояния. Он считается в случае, дополнительные факторы выстрела достигают мишени, т.е. когда вокруг входного отверстия остаются следы воздействия газов, пламени и т.д. Газы могут оказывать разрывное и пробивное действие на тело в среднем на расстоянии 5-10 см, пламя до 5 см, копоть до 35-40 см, несгоревшие порошки до 1 метра. Эти данные носят ориентировочный характер. Для уточнения необходимо в каждом конкретном случае производить экспериментальные выстрелы. Расстояние выстрела в цифровом выражении при этом зависит от системы оружия, характера и состояния боеприпасов. Выстрел с дальнего расстояния. Это выстрел, сделанный примерно с расстояния больше 1 метра. При таком выстреле удаление оружия от мишени вне досягаемости дополнительных факторов, т.е. когда вокруг входного отверстия действия газов, пламени, копоти, порошка не выявлено. Исключением является феномен Виноградова, когда при неблизкой дистанции отмечается отложение копоти на нижнем слое одежды или на коже, покрытой одеждой, в то время как наружной поверхности верхнего слоя следы копоти отсутствуют. Это при условии, что несколько слоев одежды с расстоянием между слоями 0,5 – 5 см или между телом и одеждой. Также при большой кинетической энергии это происходит при стрельбе свыше 1 метра до 1000 метров. [4]

Математика может во многом послужить на благо человека. Она используется повсюду и имеет огромное значение в нашей жизни. Непосредственное применение математических формул и расчетов в судмедэкспертизе не раз спасала жизни людей и помогала при раскрытии различной сложности дел.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:
1. Уголовно-процессуальный кодекс РФ.
2. Гражданско-процессуальный кодекс РФ.
3. *Виноградов И.В.Томилин В. В.* Судебная медицина. Издательство Москва: Юрид. лит., 2019. С. 75.
4. *Смольянинов В. М., Татиев К. И., Черваков В. Ф.* Судебная медицина. Учебник 3-е изд., испр., и доп. Издательство Медгиз-Москва: Медгиз, 2016. С. 50
5. *Томилина В.В., Пашиняна Г.А.* Руководство по судебной медицине. Издательство – Москва: Медицина, 2017.С. 105.

MATHEMATICS IN FORENSIC MEDICINE

Azizova Z.R. Sokolova E.E.
azizovazarina21@gmail.com
Supervisor: Chugunova A.A, teacher
Kazan Institute (branch) of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "All-Russian State University of Justice (RPA of the Ministry of Justice of Russia)", Kazan

Abstract. Forensic examination is a complex and responsible business: human lives often depend on the correctness of the conclusions of forensic experts. When it comes to crimes against the person — murder, bodily injury, injury to health, then a doctor's consultation will have to be in place in nine out of ten cases. Also, the expert's help is needed when determining age, kinship, identifying causes of death, to expose the simulation of illness or pregnancy.

УДК 51

СТАТИСТИКА В ЭКОНОМИКЕ

Антонова М.А.
marina050102@mail.ru
Научный руководитель: А. Ю. Хасанова, к. ф.-м., доцент
(Казанский (Приволжский) федеральный университет)

Аннотация: рассматривается математическая статистика и история этого раздела математики. Приведены примеры применения индексного метода в экономической статистике.

Математика имеет большое значение в мире, так как её результаты применяются во многих областях научной, профессиональной и обыденной деятельности человека.

Математическая наука представляет собой науку о структуре, порядке и отношениях, которая по истечении времени складывалась на основе осуществления подсчёта, измерения и описания явлений и предметов.

Математика является фундаментальной наукой, которая позволяет другим дисциплинам много возможностей, а именно методы и модели исследований. С помощью их использования можно обнаружить взаимосвязь между математической наукой и другими научными дисциплинами.

Одним из разделов математики является статистика, которая происходит от латинского слова «status», которое имеет значение «определённое положение вещей» или состояние. В Средневековье она характеризовала положение государства. Первым это понятие использовал Готфрид Ахенваль, немецкий учёный, в XVIII веке.

Статистика как наука сформировалась в XVII веке в то время, когда страны Западной Европы собирали различные данные о своём население. Но статистический учёт был в далёкой древности. Например, за 5 тысяч лет до н.э. проходили переписи населения в

Китае, проводился учёт имущества населения в Древнем Риме, применение средней было уже и при Пифагоре. В Средневековье проводился анализ военной мощи различных стран, численности граждан, имущества и земельных участков.

Статистическая наука – это отрасль в науке, которая описывает события с количественной стороны в тесной связи с их качественной сущностью в определённых условиях места и времени. Статистическая практика представляет собой деятельность по сбору, накоплению, обработке и анализу цифровых данных, которая описывает конкретную область общественных явлений или территориальное положение какого-то показателя. Например, сбор информации в каждом субъекте РФ и по стране в целом о численности и состава населения, исчисление количества организаций, сбор данных о ВВП и так далее. В России этой деятельностью официально занимается Федеральная служба государственной статистики (Росстат) и другие службы субъектов РФ. Так в республике Татарстан существует Территориальный орган Федеральной службы по государственной статистике – Татстат.

Также существует статистика населения, которая помогает собрать данные о численности населения, его составе и демографических процессах с помощью переписи населения, которая проводится раз в десять лет. С помощью этой информации государство планирует социальную и экономическую политику.

Еще одним видом статистики является статистика рынка труда. Собранные данные о безработице, занятости позволяют власти понять, как лучше направить программы по развитию страны.

Статистика национального богатства представляет собой отрасль знаний о совокупности ресурсов страны, которые нужны для производственной деятельности: выпуска товаров, предоставление услуг и обеспечение жизни населения. В данном разделе статистики можно вычислить первоначальную, остаточную стоимость основных фондов, фондоотдачу. Эта информация важна для предприятия, так как помогает более рационально организовать производство товаров или услуг.

Статистика уровня жизни населения предполагает сбор, наблюдение и анализ данных о уровне благосостояния народа. Это можно определить с помощью индекса развития человеческого потенциала, индекса ожидаемой продолжительности жизни, индекса бедности и коэффициента удовлетворения потребности в товаре и так далее. Знать статистику уровня жизни необходимо государству, чтобы понять на какие слои населения делать больший упор, больше его развивать или поддерживать.

Экономическая статистика включает в себя индексный метод, позволяющий проанализировать данные, которые помогут в общественной жизни. Рассмотрим применение с практической точки зрения статистики в экономике, как и для домашних хозяйств, так и для предприятий.

Пример 1: Стоимость набора товаров и услуг в 2020 году для семьи ($\sum p_0 q_0$) – 14,3 тыс. руб.

Стоимость этого же набора товаров и услуг в 2021 году ($\sum p_1 q_0$) – 16,5 тыс. руб.

Определить индекс потребительских цен.

Решение: Индекс потребительских цен показывает сколько необходимо потратить на постоянный набор услуг и товаров в текущем году по сравнению с базисным.

Данный индекс можно вычислить по следующей формуле:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{16{,}5}{14{,}3} = 1{,}15 \text{ или } 115\%$$

Таким образом, за 2022 потребительские цены выросли на 15%. Это говорит о том, что семье необходимо будет тратить больше денег по сравнению с предыдущим годом, хотя покупать они будут всё тот же набор товаров и услуг.

Пример 2: по нижеследующим данным определить индекс производительности труда.

Решение: расчёты выполняются в табличной форме, проставив необходимые обозначения:

Товары	Количество продукции, тыс. пар		Затраты труда на 100 пар, чел/час.		Затраты труда на всю продукцию, чел/час		Затраты труда на прод. отч. по базисной
	баз. пер., q_0	отчет. пер., q_1	баз. пер., t_0	отчет. пер., t_1	баз. пер., t_0q_0	отчет. пер., t_1q_1	трудоемкости чел/час t_0q_1
Туфли женские	180	300	118	112	212400	336000	354 000
Туфли мужские	130	140	64	60	83200	8400	89600
Итого	х	х	х	х	295600	420000	443600

Индекс производительности труда по трудоёмкости:

$$I_w = \frac{\Sigma t_0 q_1}{\Sigma t_1 q_1} = \frac{443\ 600}{420\ 000} = 1{,}056 \text{ или } 105{,}6\%$$

Этот индекс показывает, что на 5,6% трудоёмкость выпуска единицы продукции (туфли женские и туфли мужские) в базисном периоде больше, чем в отчётном периоде.

Экономия рабочего времени в результате повышения производительности труда:
$\Sigma t_1 q_1$ - $\Sigma t_0 q_1$ = 420 000 – 443 600 = -23 600 чел./час.

Таким образом, статистика играет огромную роль в общественной жизни. Она предоставляет достаточно полную картину об объекте изучения (предмете, процессе, явление), а также содержательную информацию с точки зрения количественной стороны. Статистика представляет беспристрастный метод оценки любых теоретических домыслов, позволяет доказать или опровергнуть данные предположения. С помощью статистики в экономике можно определить её состояние, а также много других данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Адамов, В.Е.* Экономика и статистика: Учебник / В.Е. Адамов, С.Д. Ильенкова, Т.П. Сиротина, С.А. Смирнов; Под ред. С.Д. Ильенковой. М.: Финансы и статистика, 2019. – 287с.

2. *Ефимова, М.Р.* Общая теория статистики – М.: ИНФРА-М, 2019 – 413с.

3. *Иванова, Ю.Н.* Экономическая статистика: Учебник / Под ред. Ю.Н. Иванова. М.: Инфра, 2020. – 355с.

STATISTICS IN THE ECONOMY

Antonova M.A.
marina050102@mail.ru
Scientific supervisor: A. Y. Khasanova.
(Kazan (Volga Region) Federal University)

Abstract: mathematical statistics and the history of this section of mathematics are considered. Examples of the use of the index method in economic statistics are given.

УДК 378

СВЯЗЬ МАТЕМАТИКИ С ЕСТЕСТВЕННЫМИ НАУКАМИ

Ахмадиева А.Р., Перминова Д.Д.

gtr110285@rambler.ru

Научный руководитель: Щитковская Т.Р., к.б.н.

Казанский институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Всероссийский государственный университет юстиции (РПА Минюста России)", город Казань

Аннотация: Естественные науки играют огромную роль в развитии современного общества. Математика - фундаментальная наука, которая относится к техническим наукам, но несмотря на это имеет тесную связь с естественными, гуманитарными и общественными науками. Благодаря математике стали возможным моделирование разных биологических и химических процессов, планирование мероприятий по предотвращению распространения эпидемий, эпизоотий, и эпифитотий и т.д.

Большой вклад внесла математика в развитие такой науки, как химия. С помощью математики проводятся как простые расчеты по химическим уравнениям и формулам, так и сложные математические операции, составляющие сложнейшие химические процессы. Химики воспринимают математику, как полезный инструмент решения многих химических задач. Почти все разделы математики задействованы в химии. Функциональный анализ и теория групп широко применяются в квантовой химии. Теория вероятностей, которая активно используется в математике, а еще часто используется в повседневной жизни, нужна химии для составления основы статистической термодинамики. Для предсказания свойств сложных органических молекул используется теория графов. Теория графов - раздел дискретной математики, который широко применяется и в других областях наук. Дифференциальные уравнения - основной инструмент химической кинетики, методы топологии и дифференциальной геометрии применяются в химической термодинамике. Выделили даже специальный раздел теоретической химии, область исследований, посвященных новым применениям математики к химическим задачам - математическая химия. Приложения математики в химии обширны и разнообразны. В современном мире, в век технологий множество отраслей, связанных с химией, например такие, как тяжелая промышленность, фармацевтическая, пищевая, медицина, фармакология и т.д. Все они связаны не только с химией, но и с математикой, так как нужно решать задачи на процентное содержание в продуктах питания, лекарстве и косметике различных примесей**.**

Например, при рассмотрении курса химии средней школы, где применяют простые методы математики [1]. Округление - операция в математике, позволяющая уменьшить количество знаков в числе за счет замены числа его приближенным значением с определенной точностью. В вычислениях часто приходится округлять как точные, так и приближенные. Именно в химии применяется данный метод для определения относительной атомной массы химического элемента (Например: Ar (Mg) = 24,305, ~24).

Не только в химии, но и в биологии давно используют математические способы и методы [2]. Биология долго была описательной наукой, с набором более или менее систематизированных результатов наблюдений и экспериментов. Со временем биология превратилась в комплексную науку и имеет тесные связи с другими науками такими, как математика, физика, химия. Каждый биолог-исследователь должен сравнивать полученные им результаты со статистическими критериями, а соотношения, которое он установил, обычно изображаются наглядно кривыми из аналитической геометрии. Статистические методы играют важную роль в любой сфере, как в юриспруденции, математике, так и в биологии они внесли свой вклад. С их помощью расшифровывают генетический код и составляют хромосомные карты. Генетика - раздел биологии, изучающий гены, генетические вариации и наследственности в организмах. Математика сыграла особенную роль и в процессе генетических исследований. При изучении законов генетики, решению задач по генетике и биохимии математический аппарат необходим как при освоении теоретического материала, так и при решении конкретных и точных задач [3].

Математика входит в биологию различными путями:

- Использование вычислительной техники для быстрого результата биологического эксперимента
- Моделирование биологических процессов
- Математика, как источник новых задач и данных

Рассмотрим один из факторов эволюции, связанный с биологией и математикой. Естественный отбор - фактор эволюции, в результате которого в популяции число особей, обладающих более высокой приспособленностью, а количество с низкой приспособленностью уменьшается. Естественному отбору можно дать математическую характеристику, с помощью математики определяется коэффициент естественного отбора, показатели рождаемости и смертности. Статистические показатели используются для создания математических моделей, имеющих огромное значение для прогноза эволюционных процессов. Например, при решении задач естественного отбора для двух видов: $E = m–n/n$,

E - интенсивность гибели; где m - начальное число особей, n - число выживших;

$S = n_2-n_1/n_1$, S - коэффициент Е.О.; где n_2 - число особей выживших первого вида, n1 - второго вида;

$F = n_1(1+S)/1$.

F - эффективность отбора;

Люди ищут способы использовать природу в создании разной техники и приборов, к примеру в системах управления, машиностроении, авиатехники и создание ЭВМ. Это все привело к созданию нового направления - биотехника. Многие специалисты появились благодаря вкладу математики в эти дисциплины, так как появились новые методы исследования, технологии, аппаратура и идеи. Все устройства и вся техника требуют обслуживания, поэтому появились высококвалифицированные инженеры. Так в биологию пришли люди, для которых математика давно стала родной наукой.

Таким образом имеется тесная связь математики, биологии и химии с другими естественными науками, что способствует развитию различных направлений в биологии, к примеру биофизика, молекулярная биология, биохимия, бионика, физиология и многие другие науки. В эти дисциплины математика внесла большой вклад и каждую из них сделала развитее, прогрессивнее и успешнее. Математика просто необходима для естественных наук и область применения математики в биологии очень велика.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Максимова В.Н.* Межпредметные связи в процессе обучения, – М.: Просвещение, 1989. – 191 с.

2. *Максимова В.Н.* Межпредметные связи в учебно-воспитательном процессе современной школы. - М.: Просвещение, 1986. – С. 25-31.

3. Межпредметные связи естественно-математических дисциплин: / под редакцией *В.Н. Федоровой* — М.:Просвещение, 1980. - 102 с.

CONNECTION OF MATHEMATICS WITH NATURAL SCIENCES

Akhmadieva A.R., Perminova D.D.

gtr110285@rambler.ru

Scientific supervisor: Shchitkovskaya T.R.,c. of b. s.

Kazan Institute (branch) of the federal state budgetary educational institution of higher education "All-Russian State University of Justice (RPA of the Ministry of Justice of Russia)", Kazan

Abstract: Natural sciences play a huge role in the development of modern society. Mathematics is a fundamental science that belongs to the technical sciences, but despite this, it has a close connection with the natural, humanitarian and social sciences. Thanks to mathematics, it became possible to model various biological and chemical processes, plan measures to prevent the spread of epidemics, epizootics, and epiphytoties, etc.

УДК 744.44

ОБ ОДНОЙ ВАРИАЦИИ ПОСТРОЕНИЯ 3D-МОДЕЛЕЙ В ПАКЕТЕ «КОМПАС-3D»

Ахмадуллин Раиль Наилевич
rail98n@mail.ru
Научный руководитель: З.Я. Якупов, к.ф.-м.н., доцент
Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ, г. Казань

В статье описан способ построения трехмерных моделей путем введения в таблицу значений инструмента «Ломаная» координат характерных точек геометрического объекта. Способ позволяет создавать трехмерные модели, полностью согласованные с эпюром.

Способ не новый, он освещен в статье [1]. Однако, вследствие поверхностного освещения методики построения модели, неудачно выполненной графики и ошибок в тексте статьи трудно воспользоваться этим способом.

Ниже приводится алгоритм построения трехмерной модели прямой пятиугольной призмы и секущей плоскости в Компас-3D способом ввода координат характерных точек (физический смысл координат характерных точек дан в [2]).

Дано: основание призмы – пятиугольник с координатами (X, Y, Z) вершин: A (120, 40, 16), D (130, 80, 16), C (150, 90, 16), D (200, 300, 16).

Точка, определяющая высоту призмы: A’ (120, 40, 80).

Точки, определяющие секущую плоскость: M (250, 40, 10), N (30, 40, 70), L (10, 10, 10).

На рис. 1 исходные данные оформлены в виде эпюра.

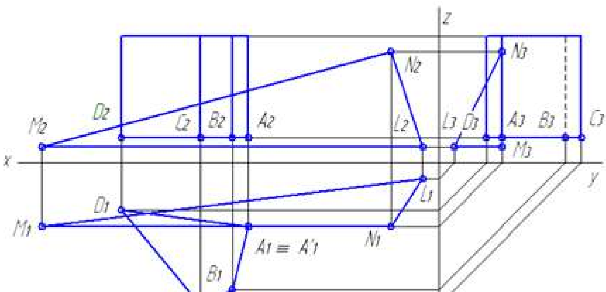
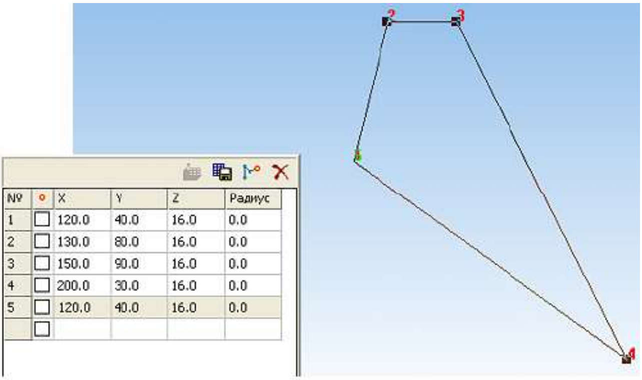


Рис. 1. Исходные данные

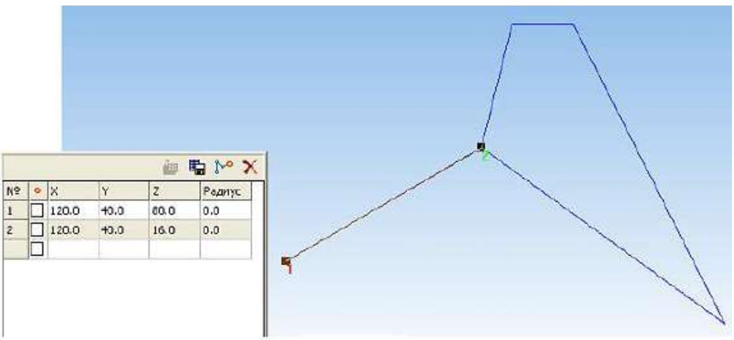
1. Загрузить Компас-3D.
2. Файл → Создать … → Деталь → ОК.
3. Создание основания призмы ABCD (основание призмы будет эскизом сечения при построении трехмерной модели призмы кинематическим способом): → Ориентация → Изометрия XYZ → Плоскость XY → компактная панель Пространственные кривые → команда Ломаная → ввести в таблицу координаты точек основания ABCD. Чтобы замкнуть контур, нужно ввести в таблицу координаты пятой точки, полностью повторяющие координаты первой точки (рис. 2).



№	∘	X	Y	Z	Радиус
1	☐	120.0	40.0	16.0	0.0
2	☐	130.0	80.0	16.0	0.0
3	☐	150.0	90.0	16.0	0.0
4	☐	200.0	30.0	16.0	0.0
5	☐	120.0	40.0	16.0	0.0
	☐				

Рис. 2. Таблица координат

4. Построение отрезка, определяющего высоту призмы (сохраняется режим трехмерной графики): → Плоскость ZX → компактная панель Пространственные кривые→ команда Ломаная → ввести в таблицу координаты точки А’, определяющей высоту призмы (высота призмы будет траекторией при построении трехмерной модели призмы кинематическим способом). Дополнительно необходимо ввести точку А (120, 40, 16) (рис. 3).



№	∘	X	Y	Z	Радиус
1	☐	120.0	40.0	60.0	0.0
2	☐	120.0	40.0	16.0	0.0
	☐				

Рис. 3. Ввод точки *А*

5. Построение плоскости для эскиза (сохраняется режим трехмерной графики): → компактная панель Вспомогательная геометрия → команда Плоскость через три вершины → указать три любые точки основания ABCD (Ломаной 1) (рис. 4).

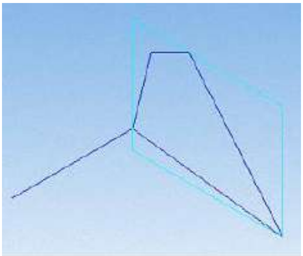


Рис. 4. Построение плоскости для эскиза

6. Проецирование объекта (сохраняется режим трехмерной графики): → в Дереве модели выбрать Плоскость через три вершины 1→ Эскиз (переход в режим эскизирования) → в Дереве модели выбрать Плоскость через три вершины 1 → компактная панель Геометрия → команда Спроецировать объект → в Дереве модели выбрать Ломаная 1 (основание ABCD) → Эскиз (переход в режим трехмерной графики) → компактная панель Редактирование детали → команда Кинематическая операция → Траектория → выделить на чертеже отрезок, определяющий высоту призмы (Ломаная 2) → Создать объект (рис. 5).

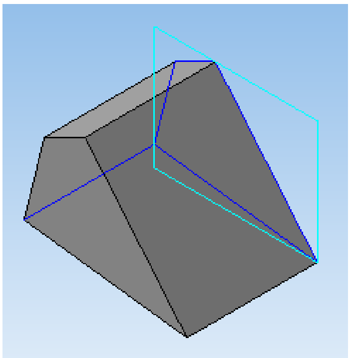


Рис. 5. Создание объекта

7. Построения сечения призмы (сохраняется режим трехмерной графики): → компактная панель Пространственные кривые → команда Ломаная → ввести в таблицу координаты трех точек, секущей плоскости (точек M, N и L). Чтобы замкнуть контур, нужно ввести координаты четвертой точки, полностью повторяющие координаты первой точки → Создать объект → компактная панель Вспомогательная геометрия → команда Плоскость через три вершины → указать три точки секущей плоскости (Ломаная 3) → Прервать команду → компактная панель Редактирование детали → команда Сечение поверхностью → в Дереве модели выбрать Плоскость через три вершины (рис. 6).

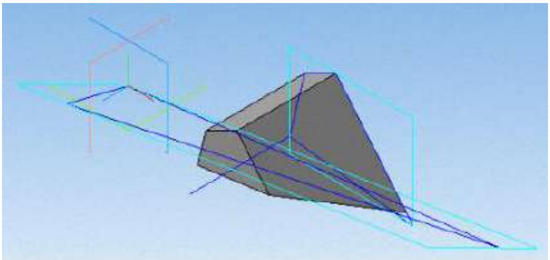


Рис. 6. Итоговый результат

Заключение

В данной статье описали об одном способе построения 3D моделей в пакете Компас-3D, что может помочь при выполнении различных чертежных задач [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Фотеева, Ю. В.* Решение задач по начертательной геометрии в «Компас-3D / Ю. В. Фотеева, И. Г. Борисенко // Молодежь и наука : Сборник материалов X Юбилейной Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых с международным участием, посвященной 80-летию образования Красноярского края [Электронный сборник], Красноярск, 15–25 апреля 2014 года. – Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2014. URL: https://conf.sfu-kras.ru/sites/mn2014/pdf/d03/s01/s01_014.pdf (дата обращения: 19.05.2022).
2. Приказ Росреестра от 23.10.2020 N П/0393 (ред. от 29.10.2021) "Об утверждении требований к точности и методам определения координат характерных точек границ земельного участка, требований к точности и методам определения координат характерных точек контура здания, сооружения или объекта незавершенного строительства на земельном участке, а также требований к определению площади здания, сооружения, помещения, машино-места" (Зарегистрировано в Минюсте России 16.11.2020 N 60938).
3. Компьютерная графика в задачах начертательной геометрии / *Э. В. Козырев, Н. В. Метелькова, Т. В. Лавренова* [и др.] // Инновационные технологии в науке и образовании (ИТНО-2019) : сборник трудов VII Международной научно-практической конференции, посвященной 90-летию ДГТУ (РИСХМ), с. Дивноморское, 04–14 сентября 2019 года. – с. Дивноморское: Общество с ограниченной ответственностью "ДГТУ-ПРИНТ", 2019. – С. 197-201. – EDN YUFHOS. URL: https://itno.donstu.ru/wp-content/uploads/2020/07/ITNO-2019.pdf (дата обращения: 19.05.2022).

ABOUT ONE VARIATION OF BUILDING 3D MODELS IN THE COMPASS-3D PACKAGE

Akhmadullin Rail

rail98n@mail.ru

Supervisor: Zufar Yakupov, Ph. D. in Physical and Mathematical Sciences, associate professor

(Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev–KAI, Kazan)

The article describes a method for constructing three-dimensional models by entering the coordinates of the characteristic points of a geometric object into the table of values of the «Polyline» tool. The method allows you to create three-dimensional models that are fully consistent with the plot.

УДК 514

ВКЛАД ЛОБАЧЕВСКОГО В РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИКИ

Бурганова Э.И.

gtr110285@rambler.ru

Научный руководитель: Щитковская Т.Р., к.б.н.

Казанский институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Всероссийский государственный университет юстиции (РПА Минюста России)",город Казань

Аннотация: Статья посвящена ознакомлению с открытиями новой эры в истории математической мысли XIX века. Прочитав данную статью, мы сможем не только узнать, какой вклад внёс в одну из своих любимых дисциплин Николай Иванович, но и раскроем в нём черты характера, которые помогли достичь ему таких высот и завоевать имя выдающегося математика.

В жизни современного мира каждому из нас приходилось сталкиваться с точными науками, а в особенности применять теоремы, прибегать к доказательствам, которые открыли величайшие люди в этих сферах. Эти люди, несомненно, внесли огромный вклад в науку, жизнь общества, ведь благодаря им, их открытиям мы имеем возможность внедрять новые технологии, воплощать новые идеи. Поэтому, мы должны как можно больше узнавать о таких людях, быть ближе к их трудам. К нашему счастью, таких ученых деятелей в истории общества достаточно много, но в этой статье рассматривается вклад Николая Ивановича Лобачевского.

Николай Иванович родился 1 декабря 1792 году и был средним сыном в семье. Отец Николая Лобачевского был чиновник в геодезическом департаменте, однако в самом рассвете сил, в возрасте 40 лет он погиб вследствие болезни. В этот переломный момент для семьи Лобачевских все хлопоты легли на плечи хрупкой женщины Прасковье Александровне Лобачевской, матери Николая Лобачевского. В начале 19 века Прасковья принимает решение переехать в Казань со своими сыновьями и определяет их в Казанскую гимназию. Все учебные годы Николай Иванович показывал блестящие результаты в учебе, а в особенности его увлекала математика и некоторые иностранные языки. Окончив гимназию, Николай поступает в Казанский университет, где у него было большое пристрастие к таким дисциплинам, как физика и математика, а позже и химия. Несмотря на его недисциплинированное время от времени поведение, Лобачевскому всё же удалось окончить университет с отличием. Поскольку его страстью были точные науки, большой вклад Лобачевский внёс именно в сферу такой дисциплины, как математика, а именно геометрия.

Открытие Лобачевского (1826, опубликованное 1829-30гг.), к сожалению не получило призвания его коллег и современников с первого раза. Однако данное его открытие совершило переворот, в основе которого более 2 тыс. лет лежало учение Евклида, и оказало огромное влияние на развитие математического мышления. Тем самым он положил начало новой эпохе в этом разделе математики, завоевав себе почетное звание "Коперника геометрии".

Николай Иванович Лобачевский дополнил постулат, который представляет собой одну из аксиом, положенных Евклидом в основу изложения геометрии. Вспомним формулировку пятого постулата: если две прямые пересекаются третьей так, что по какую-либо сторону от нее сумма внутренних углов меньше двух прямых углов, то по эту же сторону исходные прямые пересекаются.

В геометрии Лобачевского (или геометрии Лобачевского-Бойяи, как ее иногда называют) сохраняются все теоремы, которые в евклидовой геометрии можно доказать без использования пятого постулата [1]. Например: вертикальные углы равны; углы при основании равнобедренного треугольника равны; из данной точки можно опустить на данную прямую только один перпендикуляр; сохраняются также признаки равенства треугольников и другие.

Чтобы доказать пятую аксиому Евклида, он принял противоположное этой аксиоме допущение, что к данной прямой через данную точку можно провести бесконечное множество параллельных прямых. Лобачевский пытался привести это допущение к противоречию с другими аксиомами Евклида, однако, по мере того как он развертывал из сделанного им допущения все более и более длинную цепь следствий, ему становилось ясным, что никакого противоречия не только не получается, но и не может получиться.

Действительно, пусть дана некая прямая и точка, лежащая, вне нее. Предположим, что из точки к этой прямой опущен перпендикуляр. В каком же случае прямая, проведенная через конец данного перпендикуляра, будет параллельна данной прямой? Если следовать евклидовой геометрии, это возможно только в тех случаях, если:

а) она лежит в той же плоскости,

б) угол между ней и перпендикуляром равен 90°.

Если предположить, что данный угол не равен 90°, а отличается от него на какую-то величину?

В этом случае с точки зрения евклидовой геометрии, данные прямые не будут параллельны и должны пересечься. Причем точка пересечения будет тем ближе от перпендикуляра, чем больше отклонение от прямого угла и чем короче длина перпендикуляра. Если же отклонение бесконечно мало (то есть, величина его стремится к нулю), а длина перпендикуляра, напротив, бесконечно велика, то точка пересечения переместится в бесконечность.

Другими словами, бесконечно сближаясь, рассматриваемые нами прямые все же никогда не будут пересекаться. Очевидно, что таких прямых, (каждой из которых соответствует свое значение) через данную точку можно провести сколько угодно.

Итак, вместо противоречия Лобачевский получил хоть и своеобразную, но логически, совершенно стройную и бесподобную систему положений, обладающую тем же логическим совершенством, что и обычная евклидова геометрия. Эта система положений и составила так называемую неевклидову геометрию, или по-другому геометрию Лобачевского.

Свои выводы Лобачевский изложил в 1829г. в университетском журнале "Казанский вестник".

Однако, как было подмечено выше, научные идеи Лобачевского не были поняты современниками. Его труд "О началах геометрии", представленный в 1832 году советом университета в Академию наук, получил у М.В. Остроградского (1801 - 1862) отрицательную оценку [2]. Среди коллег его почти никто не поддерживает, растут непонимание и невежественные насмешки. Венцом травли стал издевательский анонимный пасквиль, появившийся в журнале Ф. Булгарина "Сын отечества" в 1834 году.

Но, не обращая внимания, ни на какие преграды, Лобачевский не сдается. Эта мужественная борьба за научную истину резко отличает Лобачевского от других современников, приближавшихся тоже к открытию неевклидовой геометрии.

Появляются его и другие работы: "Воображаемая геометрия" (1835год) и "Новые начала геометрии с полной теорией параллельных" (1838год). В 1837 г. "Воображаемая геометрия" была опубликована в одном из французских научных журналов. В 1840г. в Берлине на немецком языке вышли "Геометрические исследования по теории параллельных линий"[3]. Эта брошюра вскоре попалась на глаза знаменитому немецкому математику Гауссу (1777-1855) и привела его в восторг. Он так заинтересовался его работами, что намерен был познакомиться и с другими работами Николая Ивановича. Для осуществления его желаний он даже выучился читать по-русски.

По учению Николая Ивановича Лобачевского:

1) Существует абсолютная единица длины, т. е. отрезок, выделенный по своим свойствам, подобно тому, как прямой угол выделен своими свойствами. Таким отрезком может служить, например, сторона правильного треугольника с данной суммой углов.

2) Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит бесконечно много прямых, не пересекающих прямую и находящихся с ней в одной плоскости. Среди них есть две крайние, которые называются параллельными прямой в смысле Лобачевского. В моделях Клейна и Пуанкаре они изображаются хордами (дугами окружностей), имеющими с хордой (дугой) общий конец.

3) Если прямые имеют общий перпендикуляр, то они бесконечно расходятся в обе стороны от него. К любой из них можно восстановить перпендикуляры, которые не достигают др. прямой.

4) Линия равных расстояний от прямой есть не прямая, а особая кривая, называемая эквидистантой или гиперциклом.

5) Предел бесконечно растущих окружностей есть не прямая, а особая кривая, называемая предельной окружностью или орициклом.

6) Предел сфер бесконечно увеличивающегося радиуса есть не плоскость, а особая поверхность – предельная сфера, или орисфера; замечательно, что на ней имеет место, евклидова геометрия. Это послужило Лобачевскому основой для вывода формул тригонометрии.

7) Длина окружности не пропорциональна радиусу, а растёт быстрее, чем радиус.

8) Чем меньше область в пространстве, тем меньше метрические соотношения в этой области, которые отличаются от соотношений в евклидовой геометрии.

Заключение

Николай Иванович Лобачевский – настоящий математик, ученный, величайший деятель науки. Несмотря на множество трудностей, неприятий, множество противоречий, критики, сомнений в его профессионализме, не соглашении с ним его коллег, Лобачевский всё же смог дойти до своей цели, выполнить свой долг перед народом и обществом,внести бесценный вклад не только в сферу математики, а ещё и во множество других сфер. Как говорил сам Лобачевский: «Учёный должен идти по непроторенным путям, несмотря на препятствия».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Лобачевский Н.И.*, Сочинения по геометрии, М. - Л., 1946 - 49 (Полн. собр. соч., т. 1 - 3) - с. 59-78;

2. *Каган В.Ф.* Геометрия Лобачевского и ее предыстория, М. - Л., 1949 (Основания геометрии, ч. 1) - с. 142-158;

3. *Лаптев В.И.* Жизнь и деятельность Н.И. Лобачевского // Успехи математических наук. - М., 1951. - Т. 6. - № 3 (43). - с. 10-17.

LOBACHEVSKY'S CONTRIBUTION TO THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICS

Burganova E.I.

gtr110285@rambler.ru

Scientific supervisor: Shchitkovskaya T.R.,c. of b. s.

Kazan Institute (branch) of the federal state budgetary educational institution of higher education "All-Russian State University of Justice (RPA of the Ministry of Justice of Russia)", Kazan

Abstract: The article is devoted to acquaintance with the discoveries of a new era in the history of mathematical thought of the XIX century. After reading this article, we will not only be able to find out what contribution Nikolai Ivanovich made to one of his favorite disciplines, but also reveal in him the character traits that helped him reach such heights and win the name of an outstanding mathematician.

УДК 3054

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ПРАВОХРАНИТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Вафин И.И., Шукурова З.Т.

ilmirvafin52@gmail.com

Научный руководитель: Чугунова А А., ст.преподаватель

Казанский институт(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Всероссийского государственного университета юстиции (РПА Минюста России)", г. Казань

Аннотация. Математика является неотъемлемой частью различных дисциплин, даже если на первый взгляд кажется, что ее никак нельзя применить. Множество разных методов и алгоритмов берутся именно с математики, а значит, правоохранительная деятельность не является исключением. Математические методы стали очень актуальны для правоохранительной сферы.

Математическое знание - необходимое составляющее общекультурной концепции правоведов. Ценность знаний состоит в выработке склонности, способности к математическому обоснованию, подтверждению, проверке интуитивно улавливаемой юристом пропорции справедливости, равновесия, гармонии социальных отношений. Иными словами, математика необходима для выработки дисциплинированного, строго последовательного, обоснованного, объективного мышления юриста.[3]

Применение математических методов в правоохранительной деятельности расширяет возможности каждого специалиста. В юридической практике важную роль играет статистика, умение правильно обработать информацию, сделать достоверный вывод или прогноз на основании имеющегося статистического материала. Ценность специалиста существенно возрастает, если он грамотно владеет имеющимися знаниями.[2]

На сегодняшний день активно используется такая отрасль современной математической науки, как теория потенциала и вероятности, математическая статистика, теория информации, математическая логика, теория графов, теория игр, линейное и динамическое программирование.

Рассмотрим некоторые методы отдельно:

1. В 1775 году начали использовать один из математических методов - теорию вероятности для свидетельских показаний, а также для определения вероятностей ошибок в судебных приговорах.
2. Логическое моделирование, с помощью которого можно четко, понятно и примерно представить логическую структуру правовой нормы. Это очень важно, потому что устная форма правовых норм может часто скрывать логические связи. В законодательной практике можно найти такие правовые нормы, которые нарушают требования логики и из-за этого страдают логическими ошибками.
3. Теория игр рассматривает обобщенную модель конфликтной ситуации, в которой участвуют две стороны, с противоположными интересами. Прежде чем что-то сделать нужно, просчитать возможный выбор соперника. Таким образом, мы получаем состояние неопределенности выбора решения, на которое не может влиять только лишь одна сторона. Характеризующие критерии игры весьма вписываются в восприятие теории игр в области юриспруденции.[1]

В то же время, при всех преимуществах математической науки в правоохранительной деятельности нельзя преувеличивать ее возможности и сводить все правовые проблемы к чистой математике.

Важную роль в юридической науке также играет качественный анализ. Сегодняшнее использование математических методов и стиля обычно фокусируется на решении конкретных практических проблем и задач. Математические инструменты и то, как изучение правовых систем ограничивается измерением одинаковых систем связи; из-за универсальности невозможность доступа к любой системе связи является незаконной в сообществе.[4]

Математика как оставалась, так и остается вспомогательной частью, не подменяя, детали ситуационного анализа юридической науки - юридических вопросов, а наоборот, помогает им дополнять более глубокие знания о нормальной реальности.

Из всего вышесказанного можно сделать вывод, что математика является важной частью в правоохранительной деятельности, дополняет и упрощает взгляд на ситуацию со стороны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Гуценко, К. Ф.* Правоохранительные органы: учебник для студентов юридических вузов и факультетов / К. Ф. Гуценко, М. А. Ковалев ; под ред. Гуценко К. Ф. - Москва : Зерцало-М, 2088. С.162.

2. *Комаров М.В*. Правоохранительные органы: учебник для вузов, под. ред. проф. К.Ф.Гуценко. -М.,2015. С63.

3. Павлов В. П. Проблемы теории собственности в российском гражданском нраве. М., 2018. С. 26.

4. *Спасенников Б. А*. Актуальные проблемы уголовного права: обзор литературы / Б. А. Спасенников // Актуальные вопросы образования и науки. — 2015. — № 1-2 (47-48). — С. 36-38.

APPLICATION OF MATHEMATICAL METHODS IN LAW ENFORCEMENT

Vafin I.I. Shukurova Z.T.,

Supervisor: Chugunova A.A, teacher

Kazan Institute (branch) of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "All-Russian State University of Justice (RPA of the Ministry of Justice of Russia)", Kazan

Abstract. Mathematics is an integral part of various disciplines, even if at first glance it seems that it cannot be applied in any way. Many methods and algorithms are taken from mathematics, and law enforcement is no exception. Mathematical methods have become very relevant for the law enforcement sphere.

УДК 51-7

МАТЕМАТИКА КАК ЧАСТЬ НАШЕЙ ЖИЗНИ

Гараев А.М.

GaraevAyM@stud.kai.ru

Научный руководитель: С.В. Никифорова, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры специальной математики

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ, Казань

Аннотация. В школе очень часто можно услышать от учеников известную фразу: “А где мне в жизни понадобятся ваши интегралы? В данной статье разобрано то, как математика связана с нашей повседневной жизнью.

Многие, проживая свою жизнь, даже не задумываются о роли математики в их жизни. Обычно все забывают её после школы или университета, но забывают ли они её на самом деле? Математика даёт нам не только знание о том, как решать уравнения, как работают интегралы и дифференциалы или как пользоваться её приложениями. В первую очередь математика улучшает наше критическое мышление, так что можно смело сказать, что человек не может забыть математику полностью, ведь она окружает его всю жизнь.

Математика как часть нашей жизни

В жизни математика встречается на каждом шагу. Взять для примера обычный поход в магазин: у нас есть начальный бюджет, который мы никак не можем превысить.

Некоторые люди хотят сбросить лишний вес, и они рассчитывают свой рацион и подстраивают его под свой моцион. Опять же надо грамотно рассчитать сжигаемые и получаемые калории.

Это были самые простые примеры, но есть области, где математика проявляется не в открытую, но без неё они бы просто не могли существовать.

К ним можно отнести художников векторной графики. Возможно, они и не знают, что в их деле огромную роль играет геометрия и способы задания как фигур, так и кривых. Например, программа Adobe Illustrator и все его аналоги используют метод задания изображений, основанный на математическом описании элементарных геометрических объектов, таких как точки, линии, сплайны, кривые Безье, круги, окружности, эллипсы, многоугольники [1]. Благодаря этому изображение не теряет своё качество, ведь все изображения записаны математическими выражениями. Векторная графика используется для иллюстраций, иконок, логотипов и технических чертежей.

Математика в жизни спортсменов

Математика и спорт… вроде бы ничего общего, казалось бы они далеки друг от друга, многим людям занятия точными науками и спортом представляются малосовместимыми. Некоторые ребята считают, что спорт незначительно соприкасается с математикой, и чтобы стать известным футболистом или сноубордистом, необязательно хорошо разбираться в математике, но с первого класса учителя математики и родители внушают нам совсем иное: «Математика необходима во всех областях. Кто с детских лет занимается математикой – воспитывает в себе настойчивость, развивает внимание, тренирует мозг и упорство в достижении цели» [2].

А как же математика? Она может обойтись без спорта? Наверное, нет! Хотя часто среди способных и умных школьников встречается несколько пренебрежительное отношение к физической культуре, к спортивным играм, к регулярным физическим нагрузкам. Большинство школьников не имеют устойчивого интереса к занятиям физической культурой и не осуществляют систематический контроль уровня своего физического развития. Но многие представители различных наук и, в частности, математики и физики с большим вниманием относятся к своим спортивным занятиям. Они знают, что занятия спортом способствуют гармоническому развитию личности, что спорт закаляет человека физически и духовно, воспитывает потребность в формировании здорового образа жизни.

Ни для кого не секрет, что занятие спортом благотворно влияют на умственную деятельность и психику человека, укрепляют его волю. Этот факт бесспорен для многих ученых, занимающихся плаванием, теннисом, бегом, лыжами, альпинизмом.

Если сравнить детей, получивших физическое воспитание, с детьми, которые не увлекались спортом, то можно заметить, что первые легче преодолевают трудности в жизни, учебе, успешнее борются с болезнями.

Хорошо известно, что спорт является неисчерпаемым источником весьма интересных и трудных проблем, к которым имеют прямое отношение многие науки, в том числе и математика [3].

Математика в жизни работников медицинских учреждений

Математика и медицина также связаны прочной незримой нитью между собой. Но несведущим в этих областях людям кажется, что эти науки несовместимы. Конечно при постановке диагноза врач напрямую не использует математику, но даже при сборе анамнестических данных, например, проверить пульс и сравнить его с нормой для данного пациента, нужны математические знания, так как пульс является квадратным корнем из роста пациента. А если говорить о назначениях врача и манипуляциях, которые выполняет медицинская сестра, то здесь связь проявляется, например, в расчете суточной дозировки препарата или в расчете концентрации препарата при его разведении. Ведь если неверно выполнить расчет дозировки, то пациент может получить осложнения, анафилактический шок, или еще хуже, умереть. Это далеко не все области применения математики в медицине, их спектр гораздо больше. Уже опираясь на вышесказанное, можно сказать о том, что связь математики с медициной есть, и роль и влияние математики на профессиональную деятельность медицинских работников очень велика. Поэтому качественное преподавание математики в организациях, осуществляющих образовательную деятельность на всех уровнях образования — это основная задача [4].

Математика в жизни юристов

Общеизвестно, что объекты, изучаемые юридическими науками, действительно социальные, многомерные по своей природе и чрезвычайно сложные. Однако вопрос заключается в другом. Информатизация всех сторон жизни нашего общества, усложнение хозяйственных и социальных связей в условиях рыночных отношений вызывают естественное усложнение систем в сфере юридической деятельности. Это требует всестороннего, в том числе количественного, математического анализа отдельных правовых и связанных с ними систем, явлений и процессов в области государственного управления, правового регулирования предпринимательства, информационного обеспечения в области права, криминологии, информационного права, криминалистики и т.д. Социальный характер информационных правовых систем, явлений и процессов не может служить препятствием для разумного применения математических методов в юридических науках. Сегодня активно используются теория вероятностей, математическая статистика, теория информации, математическая логика, теория графов, теория игр, линейное и динамическое программирование и другие разделы современной математической науки [5].

Математика в жизни дизайнеров

Помимо общего художественного образования дизайнеру в зависимости от направления его деятельности, во-первых, необходимо получить специализированные знания в области технологии производства тех или иных продуктов, освоить специализированные компьютерные программы, иметь знания в области экономики, технологии производства дизайн-продуктов в определенной сфере деятельности, рекламы и много другое.

Законы чисел, правила построения чертежей, которые веками доказывали многие ученые, легли в основу учебных книг для модельеров и дизайнеров. Ведь не случайно многие великие архитекторы и художники очень много занимались математикой и даже доказательствами математических фактов. Одним из ярких примеров является Леонардо да Винчи [6].

Во-вторых, первоначальный набросок делается в более мелком масштабе, поэтому необходимо знать теоретические основы таких разделов как «Подобие», «Пропорции» и «Проценты». Для экономических расчетов в работе дизайнера также нужно знать тему «Проценты». Для эффективной работы также очень часто используются принципы симметрии. Поэтому важны знания видов и свойств симметрии [7].

Мышление

Ну, и конечно же нельзя не отметить роль математики в развитии логического мышления человека, что наверное, является самым большим её вкладом в повседневную жизнь человека. Человек с развитым математическим мышлением удерживает в голове большое количество информации, понимает, что у любой проблемы есть решение, умеет разбивать сложные задачи на более мелкие и выявлять взаимосвязи. По мнению В.А. Крутецкого, мышление способных к математике учеников имеет отличительные черты: быстрое и широкое обобщение; стремление мыслить свернутыми умозаключениями; большая подвижность мыслительных процессов; свободное переключение от одной умственной операции к другой; тенденция к ясности; простоте, рациональности, экономичности, изяществу решения. Специфической особенностью математического мышления Крутецкий считает «способность к обобщению математических объектов, отношений и действий» [8].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/Векторная_графика
2. https://ru.wikipedia.org/wiki/Маркушевич,_Алексей_Иванович
3. https://nsportal.ru/ap/library/drugoe/2015/10/10/issledovatelskaya-rabota-po-matematike-matematika-i-sport
4. Лободюк, Е. В. Значимость математических знаний для медицинских работников / Е. В. Лободюк. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2020. — № 21 (311). — С. 19-21. — URL: https://moluch.ru/archive/311/70555/
5. Ильин, Игорь. Математика в жизни юриста / Игорь Ильин. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2016. — № 17.1 (121.1). — С. 89-91. — URL: https://moluch.ru/archive/121/33584/
6. https://ru.wikipedia.org/wiki/Леонардо_да_Винчи
7. https://multiurok.ru/files/proiekt-matiematika-v-dizainie.html
8. http://meridian-journal.ru/site/article?id=4214&pdf=1

MATHEMATICS AS A PART OF OUR LIFE

Garaev A.M.

GaraevAyM@stud.kai.ru

Supervisor: S.V. Nikiforova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent of the Department of special mathematic

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI, Kazan

Abstract. At school it is very often possible to hear from students the well-known phrase "And where will I need your integrals in my life?" This article examines how mathematics is connected with our daily life.

УДК 51

О КАФЕДРЕ СПЕЦИАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ КНИТУ-КАИ

Дорофеева С.И., Никифорова С.В., Якупов З.Я., Валишин Н.Т.

drf-svetlana@yandex.ru, svetlana1605@yandex.ru, zymat@bk.ru, vnailt@yandex.ru

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ, Казань

Аннотация. В работе описываются периоды становления кафедры специальной математики. Приведены достижения ее выдающихся представителей.

5 марта 1932 года на заседании секретариата Татарского обкома ВКП(б) с участием начальника Глававиапрома Петра Ионовича Баранова (1892-1933) было принято решение об организации авиационного института (КАИ). Организацию учебного процесса поручили профессору Николаю Гурьевичу Четаеву (1902–1959) [1].

Кафедра высшей математики КАИ была организована 16 мая 1932 года. Для преподавания в новом институте Н.Г. Четаев привлек крупных ученых, опытных методистов, профессоров Казанского государственного университета Петра Алексеевича Широкова (1895–1944), Константина Петровича Персидского (1903–1970), Николая Григорьевича Чеботарёва (1894–1947), Евгения Ивановича Григорьева (1876–1950), Василия Андреевича Яблокова (1892–1975), Бориса Михайловича Гагаева (1897–1975) и других. Заведовал кафедрой с 1932 года Евгений Иванович Григорьев.

Первые учебники, в которых теория излагалась применительно для технических вузов, были написаны В.Е. Григорьевым, Б.Л. Крыловым, А.З. Петровым [1, 2]; в них включены такие разделы, как основы теории функций комплексного переменного, основы теории поля, основные понятия математической физики [2, 3].

1 апреля 1963 г. в связи требованиями фундаментальной физико-математической подготовки инженеров-специалистов в бурно развивающейся аэрокосмической технике была организована кафедра специальной математики. Первым заведующим кафедрой был избран Григорий Николаевич Чеботарёв, потомственный математик, прекрасный методист и педагог.

Впоследствии ее возглавляли профессора Владимир Мефодьевич Матросов (1932–2011), с 1976 года член-корреспондент, а с 1987 года академик АН СССР, академик РАН; доктор технических наук, профессор Валентин Григорьевич Павлов – один из пионеров по реализации Эрлангенской программы Феликса Клейна в современной теории управления, под его научным руководством в 1972 году защитили кандидатские диссертации К.Г. Гараев и С.А. Дербенев; доктор технических наук, профессор Василий Александрович Стрежнев, разработавший методику проведения вибрационного анализа и выбора оптимальных значений конструктивных параметров оптико-механических систем специального вида и предложивший способ компенсации смещения и стабилизации оптического изображения в аэрофотографических системах, устанавливаемых на подвижных основаниях. Выпускником КАИ, так же как и В.М. Матросов, является один из заведующих кафедрой Кавас Гараевич Гараев: Заслуженный профессор КАИ, доктор физико-математических наук, Заслуженный работник Высшей школы РФ, известный ученый в области приложения теоретико-групповых методов в математической теории управления.

В 2000 году по инициативе К.Г. Гараева основан физико-математический факультет КНИТУ-КАИ.

Обязанности заведующего кафедрой в 1966–67 году исполнял доцент Иван Ильич Вовченко (1913–1985), выпускник физмата КГУ 1941 года, сразу же направленный в Ленинградскую Военно-Воздушную академию, эвакуированную в Йошкар-Олу. В 1944 году служил механиком самолета-истребителя авиационного полка, базировавшегося в Пушкине.

На кафедре работали Абдул-Монгим Шакурович Аминов (1908–1968), кавалер ордена «Знак Почета» (1957), ордена Ленина (1961); медалями. Под его руководством защитили диссертации Т.С. Нужина и И.И. Вовченко.

Абдельхак Сафиуллович Галиуллин (1919–1999), выпускник физико-математического факультета КГУ и с 1941 г. слушатель Военно-воздушной инженерной академии им. Н.Е. Жуковского, в 1942 году проходил стажировку на Волховком фронте. В КАИ с 1946 года, в 1950 г. защитил кандидатскую диссертацию, в 1958 г. – докторскую; им заложены основы нового направления в теории управления – теория программного движения. В 1961 году А.С. Галиуллин был переведен в Москву во вновь организованный Университет дружбы народов им. Патриса Лумумбы, профессор, академик.

Фронтовиками были Алексей Алексеевич Константинов (1921–1982), воевавший и тяжело раненый в Сталинграде; Платон Андрианович Лежнин (1923–1991) воевал с первых дней войны, награжден орденами «Великой Отечественной войны», «Знак Почета», медалью «За отвагу» и др. Ландышев Аркадий Васильевич воевал в составе Западного фронта, награжден орденом «Красной Звезды», медалями «За отвагу», «За оборону Киева» и др.

Воевали не только на фронте, в тылу тоже работали, не жалея сил. С детства наравне со взрослыми работал в деревне Куш-Елга ТАССР Гамир Мубаракзянович Мубаракзянов. Работы в селе много, на школьные уроки не всегда хватало времени. Но он, упорно занимаясь, в 1957 году окончил Казанский государственный университет, а затем аспирантуру. Помня свои затруднения во время учебы в университете из-за того, что обучение в школе велось на татарском языке, написал и издал трехтомный курс лекций по высшей математике на татарском языке «Югары математика». За годы работы (1967–1980) в Государственном научно-исследовательском и проектном институте по внедрению вычислительной техники в должности старшего научного сотрудника, заведующего лабораторией, заведующего отделом и отделением разработал алгоритмы для более 50 задач АСУ. За успешную разработку и внедрение задач разузлования на предприятия страны награжден Орденом Трудового Красного Знамени, медалью ВДНХ, нагрудным знаком «Отличник приборостроения» [4].

Рис. 1. Состав кафедры (1980 г.)

Рис. 2. Состав кафедры (2019 г.)

Отметим, что вступительные экзамены в КАИ всегда были достаточно сложными. Приемную комиссию возглавлял проректор по вечернему и заочному обучению П.А. Лежнин. Для абитуриентов в 1967 году И.И. Вовченко, П.А. Лежнин и М.Л. Шевелев написали первый «Сборник конкурсных задач по математике», изданный Татарским книжным издательством [5]. Традиционно по обеспечиванию абитуриентов учебниками продолжили К.Г. Гараев и Э.М. Исхаков; «Пособие по математике для поступающих в высшие учебные заведения» выдержало шесть изданий [6, 7].

Кафедра специальной математики до 2000 входила в состав радиотехнического факультета. Заместителями декана по младшим курсам были преподаватели кафедры: И.И. Вовченко (1953–1962), А.А. Константинов (1962–1982), а с 1990 года и по настоящее время – М.А. Дараган. Преподаватели кафедры традиционно уделяют большое внимание разработке методического обеспечения учебного процесса, помогают адаптироваться в университете обучающимся на первом курсе, активно привлекают студентов к научно-исследовательской работе, готовят их к участию в конференциях и математических олимпиадах различного уровня. Отметим, что в 2017 году наши студенты завоевали «бронзу» в Открытой международной Интернет-олимпиаде по математике, финал которой проводился очно в Израиле.

Пифагорийцы считали, что есть 4 математические дисциплины: арифметика, геометрия, астрономия и музыка. Митчел Уилсон (1913–1973) писал: «Математик и физик-теоретик близки к поэту и музыкант; экспериментатор скорее напоминает художника и скульптора». Работавший на кафедре Наиль Монгимович Аминов (1942–2015) был прекрасным пианистом и музыкантом, играл в джазовом оркестре. Истинным ценителем музыки был и Герман Анатольевич Егоров, доктор технических наук, профессор. К.Г. Гараев в пору студенчества принимал активное участие в СТЭМ, играет на фортепиано и контрабасе, прекрасный тенор. З.Я. Якупов регулярно посещает джазовые и симфонические концерты, сам играет на фортепиано, баяне, гитаре.

Отметим, что за последние 10 лет преподавателями кафедры специальной математики разработаны свыше 80 учебных и учебно-методических пособий, которые активно используются в учебном процессе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Казанский авиационный институт. Сб. статей под ред. проф. В.И. Локая. Казань: Татарское кн. изд-во, 1982. – 272 с.
2. Григорьев В.Е., Крылов Б.Л., Петров А.З. Основы теории функции комплексного переменного. Пособие для студентов ВТУЗов под общ. ред. проф. Е.И. Григорьева. Казань: Издание Казанского авиационного института, 1945. – 250 с.
3. Григорьев В.Е. Основы теории поля и простейшие дифференциальные уравнения математической физики. Казань: Издательство Казанского авиационного института. 1963. – 163 с.
4. Галиев С.Р. Математик, орденоносец Г.М. Мубаракзянов. С. 145-147 // XXIV Туполевские чтения (школа молодых ученых). Материалы конференции. Том 6. Казань, 2019.
5. Вовченко И.И., Лежнин П.А., Шевелев М.Л. Сборник конкурсных задач по математике. Пособие для поступающих в высшие технические учебные заведения. Казань: Татарское книжное издательство, 1967. – 320 с.
6. Гараев К.Г., Исхаков Э.М. Пособие по математике для поступающих в высшие учебные заведения: издание 6-е, дополненное / К.Г. Гараев, Э.М. Исхаков. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2010. – 543 с.
7. Гараев К.Г., Исхаков Э.М. Простейшие понятия элементарной математики: издание 5-е, доп. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2016. – 100 с.

ABOUT THE DEPARTMENT OF SPESIAL MATHEMATICS OF KNRTU-KAI

Dorofeeva S.I., Nikiforova S.V., Yakupov Z.Ya., Valishin N.T.

*drf-svetlana@yandex.ru, svetlana1605@yandex.ru, zymat@bk.ru, vnailt@yandex.ru*Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI, Kazan

Abstract. The paper describes the period of formation of the Department of Special Mathematics. The4 achievements of its prominent representatives are given.

УДК 519-7

АНАЛИЗ ПРОГРАММЫ ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ И ОБУЧЕНИЯ В ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЯХ

Егоров Г.И., Юртунбаев Д.Р., Залялов Н.И.

yurtunbaev@gmail.com

(Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ, Казань)

Математическая подготовка в школе представляет собой в первую очередь подготовку к успешной сдаче Единого Государственного Экзамена, соответственно для анализа всей учебной программы и всех разделов изучаемых материалов удобно обратиться к темам и заданиям ЕГЭ. Экзамен по математике разделяется на базовый и профильный уровень, в зависимости от уровня подготовки. Стоит сосредоточиться на анализе профильного уровня, так как он включает в себя весь объём учебной программы и подразумевает подготовку будущего студента к вузовской программе.

Перейдем к рассмотрению разделов математики, входящих в тестирование профильного уровня. Для упрощения рассмотрим разделы по кодификаторам заданий (табл.1.).

Таблица 1. Кодификатор заданий

Код раздела	Код контролируемого элемента	Элементы содержания, проверяемые заданиями экзаменационной работы
1	1.1.1-1.4.6	**Алгебра**
2	2.1.1-2.2.10	**Уравнения и неравенства**
3	3.1.1-3.3.7	**Функции**
4	4.1.1-4.3.2	**Начала математического анализа**
5	5.1.1-5.6.6	**Геометрия**
6	6.1.1-6.3.2	**Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**

Первый раздел – простейшие алгебраические преобразования и вычисления, основы тригонометрии, логарифмы и преобразования выражений. Знания этих разделов позволяет спокойно перейти к решению более сложных математических задач и изучению новых разделов. Раздел два представляет собой задания по решению уравнений и неравенств - для их решения требуется умение решать уравнения и неравенства разных видов, для чего необходимо хорошее понимание первого раздела. Третий раздел состоит из заданий, связанных с математическими функциями, элементарного исследования функций и действия с элементарными функциями, что позволяет перейти к изучению четвертого раздела. Четвертый раздел включает в себя начало математического анализа: - работа с производными, первообразными и интегралами позволяет проводить более подробный анализ функций. Пятый раздел один из самых крупных, так как включает в себя всю геометрию: планиметрия, прямые и плоскости в пространстве, многогранники, тела и поверхности вращения, измерение геометрических величин, координаты и векторы. Изучения этого раздела для многих представляется трудной задачей, так как требует знаний и навыков, отличных от предыдущих разделов, и, также в силу большого объема материала. Многие ученики и преподаватели подмечают, что для понимания геометрии необходимы также навыки пространственного мышления, что также создает некоторые трудности в процессе изучения. Последний раздел - шестой, содержит элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей, это также раздел, отличающийся от алгебры, и требующих особых навыков в понимании. Ученики отмечают, что несмотря на интуитивную простоту некоторых задач теории вероятностей, для решения более сложных требуются теоретические знания, которых школьники пока не имеют.

На схеме (рис.1) представлена взаимосвязь разделов элементарной математики, изучаемых в средних образовательных учебных заведениях, с основными разделами высшей математики [1]. Успешное усвоение математики в ВУЗе невозможно без осознанных, прочных знаний элементарной математики и базируется на полученных знаниях и навыках, выработанных при освоении школьной программы.

Рис.1-Взаимосвязь тем элементарной и высшей математик

Мы провели опрос среди студентов 1-го курса. Цель проведенного опроса понять, достаточно ли школьных знаний, в частности математики, для комфортного обучения в университете. Мы опросили 53 студентов. Исходя из результатов данного опроса можно сделать вывод, что только 7 студентам недоставало школьных знаний, а 3 студента посчитали, что усвоили бы высшую математику и без школьных знаний. Также видно, что большей части студентов больше всего не хватает знаний, т.е. помогло бы такой раздел математики как тригонометрия, об этом писал 51 студент. Первокурсники встречаются с тригонометрией при вычислении пределов и интегралов[2]. Используя нехитрые приемы вычислений можно посчитать средний балл ЕГЭ по математике среди студентов, он составляет 75 баллов.

Итоги опроса подтверждает очевидное для нас положение: без твердых знаний математики и умения их применять невозможно добиться успехов при обучении в университете.

Вывод. Первокурсники должны не только успешно сдать ЕГЭ. Этого мало. Необходимо уметь распределять свое время (учеба, студенческая жизнь), надо уметь учиться – целенаправленно, систематически осваивать учебный материал, уметь работать самостоятельно, накапливая знания для овладения будущей специальности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Дорофеева С.И., Никифорова С.В.* Справочные материалы по математике: учебно-методическое пособие. Казань: Изд-во КНИТУ-КАИ, 2019, -76 с.

2. Интегральное исчисление функций одной переменной. Неопределенный интеграл / *Е.В.Стержнева, В.И.Анфиногентев, М.А.Дараган, С.И.Дорофеева.* Казань: Изд-во КНИТУ-КАИ, 2019. - 220 с.;

ANALYSIS OF THE PROGRAM OF SCHOOL MATHEMATICAL TRAINING AND EDUCATION IN HIGHER EDUCATIONAL INSTITUTIONS

Egorov G.I., Yurtunbaev D.R., Zalyalov N.I.
yurtunbaev@gmail.com
(Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI, Kazan)

УДК 3054

МАТЕМАТИКА В ПРАВООХРАНИТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Камалетдинова Л.Р.

lesakam-68686@gmail.com

Научный руководитель: Чугунова А А., ст.преподаватель

Казанский институт(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Всероссийского государственного университета юстиции (РПА Минюста России)", г. Казань

Аннотация. Многие люди не понимают, насколько важна математика, особенно если она связана с законом. Это не идеальная аналогия, но закон структурирован и очень похож на математику: у математиков есть определения и теоремы, а юристов есть уставы и иерархия дел.

Что роднит математику с юриспруденцией, так это то, что связь между ними – философия. Юристы аналогичным образом рассматривают каждую деталь закона, находя лазейки и изучая, является ли что-то неправильным или разумно обоснованным для аргументации.

Математика помогает применить логику и мышление более высокого уровня, чтобы доказать, виновен кто-то или нет, показать, есть ли в законе изъян, и предсказать, как результат может привести к возможным последствиям. И математика, и право - это строгие, явные области, поскольку в обеих есть очень конкретные способы заявить о чем-либо.

Математика - хорошая специальность для понимания теории, философии и доказательств. Она может привести к пониманию нового предмета, такого как право, с другим мышлением и логикой.

Общее преимущество математического обучение в том, что оно готовит вас к тому, чтобы думать как юрист, потому что юриспруденция требует:

1. Дисциплины.
2. Логики.

И люди, изучающие математику, обычно преуспевают по обоим пунктам.

Если рассматривать применение математики в судебных науках, то можно отметить, что математика задействована во множестве научных приложений. Например, в баллистике, моделировании места преступления, статистическом анализе преступных сетей, серийных убийц, отпечатков пальцев или совпадений файлов ДНК. В интерпретации лучей улик, в анализе и улучшении оптических и звуковых сигналов от видеонаблюдения, GPS и телефонных данных. В судебной антропологии, анализе почвы, следов износа материалов, датировке смерти, поиске ядов, наркотиков, соотнесенных с криминальными фактами, анализе криминальных поджогов и т.д. Криминологи используют математику для измерения законов физики. Они могут измерить интенсивность пули и все что как – либо с ней связано.[1]

Если же, говорить о криминологии, то она имеет дело не с единичными, а с массовыми явлениями, преступлениями, причинами, субъектами преступлений, мотивами, условиями, мерами и т.д., анализ которых невозможен без использования статистических и математических методов исследования.[2]

Математика имеет множество применений в криминологии.

Статистика используется для создания общих профилей преступников, географическое профилирование используется для отслеживания местонахождения преступников на основании того, где они были или совершали преступления. Безусловно, работа может быть неприятной и даже вызывать чувство вины, если улики упущены, а преступники не задержаны. Криминология также утомительна с интеллектуальной точки зрения, поскольку требует ведения подробных записей и составления отчетов, которые могут казаться не связанными с реальным прогрессом в борьбе с преступностью.

Математика и статистика являются ценными инструментами в управлении уголовным правосудием. Исследователи уголовного правосудия используют государственные и статистические знания для изучения эффективности различных программ уголовного правосудия, анализа уровня преступности и оценки показателей лишения свободы в тюремных системах.

Используя алгебру и статистику, полиция может определить, где уровень преступности самый высокий и самый низкий, а так же проанализировать, где следует усилить патрулирование и иным образом увеличить присутствие полиции.

Постоянное использование алгебры и статистики может помочь определить, оказывают ли влияние различные инициативы, направленные на снижение преступности.

Криминологи и другие ученые в области уголовного правосудия используют алгебру и статистику для анализа данных и ответов на основные исследовательские вопросы. Сотрудники полиции используют навыки алгебры при расследовании дорожно-транспортных происшествий. Алгебра помогает следователям рассчитать скорость транспортных средств, пройденное расстояние и местоположение автомобилей в момент столкновения.

Для полицейских, детективов и следователей, работающих на месте преступления, алгебра является полезным инструментом при реконструкции места преступления. В случаях, связанных со смертью, следователи используют алгебру для оценки времени смерти, используя такие факторы, как климатические условия и температура тела.

Алгебра также полезна для баллистики в преступлениях с применением огнестрельного оружия.

Значительную роль играет умение правильно обрабатывать информацию, на основе имеющихся статистических данных делать достоверные выводы и прогнозы. Ценность специалиста обладающего этими навыками, значительно возрастает. Математическая интерпретация может использоваться для определения таких результатов, как высота, с которой упала капля крови, угол, под которым был нанесен удар, или вероятность совпадения группы крови, оставленной на месте преступления, и подозреваемого, а так же многое другое.

Тригонометрия - это применение математики для решения задач, связанных с оценкой углов с использованием различных тригонометрических функций. Она играет жизненно важную роль в области судебной медицины - особенно в анализе пятен крови, оценкой высоты и расстояния.

Тригонометрические методы позволяют аналитику получить представление об углах, под которыми объекты (оружие) воздействовали на источник, на основе измерения пятна крови, что имеет значение для реконструкции места преступления.[3]

Хорошее понимание математики необходимо для успеха во многих профессиях, включая уголовное правосудие. От полицейских, патрулирующих улицы, до следователей по уголовным делам, от следователей по уголовным делам до криминалистов - этим и другим специалистам в области уголовного правосудия навыки алгебры необходимы как часть их работы.

Среди всех видов судебных экспертиз применение математических методов чаще всего используются в почерковедческой и дактилоскопической экспертизах.

Математика закладывает часть "фундамента" подготовки юристов. Знание некоторых математических понятий и формул, а так же умение применять их на практике, пригодится в многих учебных дисциплинах.

Те же методы, что и в математике, используются для выявления истины в законодательстве. Любой юрист должен уметь логически мыслить, обосновывать и доказывать свои суждения, применяя дедуктивный метод. Таким образом, занимаясь математикой, будущий юрист формирует свое профессиональное мышление.

Математика имеет большое значение в правоохранительной деятельности, поскольку она занимается анализом доказательств и их последующей интерпретацией, подкрепляя их математическими значениями и вычислениями. Для хорошего эксперта жизненно важно обладать знаниями математики, чтобы эффективно и результативно раскрыть преступление.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Гнеденко Б.В.* Математика в современном мире / Б.В. Гнеденко. - Издательство Просвещение. - М.: Просвещение, 2015.С.85

2. *Керимов Д.А.* Общая теория государства и права (предмет, структура и функции). М., 2017. С.41.

3. *Перельман Я.И.* Занимательная геометрия. Екатеринбург. 2019.С.83

MATHEMATICS IN LAW ENFORCEMENT

Kamaletdinova L.R.

Supervisor:Chugunova A.A, teacher

Kazan Institute (branch) of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "All-Russian State University of Justice (RPA of the Ministry of Justice of Russia)", Kazan

Abstract. Many people don't realize how important mathematics is, especially when it has to do with law. This is not a perfect analogy, but law is structured and very much like mathematics: mathematicians have definitions and theorems, while lawyers have statutes and a hierarchy of cases.

УДК 003.26.09

RSA. АССИМЕТРИЧНАЯ КРИПТОСИСТЕМА

Козловский Г.В.

KozlovskiyGV@stud.kai.ru

Научный руководитель: С.В. Никифорова, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры специальной математики

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ, Казань

Аннотация. В данной работе изучен один из алгоритмов криптосистемы с открытым ключом — RSA. Кроме этого, произведены шифрование и расшифрование согласно приведённому алгоритму, а также сделаны выводы о возможности будущего применения.

Современный мир уже невозможно представить без Интернета и его широчайших возможностей для развлечения и обмена информацией. Интернет-покупки и интернет-общение стали обыденностью для человека XXI века, даже эта конференция стала возможной благодаря ему. Но вместе с распространением Глобальной сети растёт всеобщая обеспокоенность конфиденциальностью и безопасностью передаваемых данных. Однако Всемирная паутина не была бы так распространена, если бы не существовали различные методы защиты данных.

В настоящее время для защиты информации широко применяются асимметричные криптосистемы, или шифры с открытым ключом, которые используются вместе с другими алгоритмами, служащими для повышения безопасности. В основе многих методов защищённой передачи данных лежит алгоритм, известный как RSA. Он назван по фамилиям создателей — Рона Ривеста, Ади Шамира и Леонарда Адлемана (Rivest-Shamir-Adleman).

Исследователи из Массачусетского технологического института озадачились созданием односторонней функции, которую было бы трудно инвертировать [1]. Некоторое время они считали, что невозможно достичь желаемого результата из-за противоречивости требований. Однако в апреле 1977 года у них всё-таки получилось сформулировать алгоритм, основанный на малой теореме Ферма [2] и функции Эйлера [3]. Но справедливости ради стоит заметить, что за несколько лет до них идентичный алгоритм был разработан Клиффордом Коксом, Малькольмом Вильямсоном и Джеймсом Эллисом, работавшими в центре правительственной связи Великобритании. В британском ведомстве их работу не приняли всерьёз и отложили в сторону с грифом “совершенно секретно”, из-за чего ни о какой публикации не могло быть и речи. Документ был обнародован лишь в 1997 году.

Первое описание криптосистемы RSA было опубликовано в журнале “Scientific American” в августе 1977 года. Кроме того, читателям было предложено расшифровать фразу, зашифрованную этим алгоритмом (рис. 1).

9686	9613	7546	2206
1477	1409	2225	4355
8829	0575	9991	1245
7431	9874	6951	2093
0816	2982	2514	5708
3569	3147	6622	8839
8962	8013	3919	9055

Рис. 1. Шифр в журнале Scientific American

Спустя почти 17 лет сообщение было разгадано. Оно представляло собой фразу: “Волшебные слова — это брезгливый ягнятник”, или по другой версии: “Волшебные слова — это Застенчивая Скопа”, в оригинале: “The Magic Words are Squeamish Ossifrage”.

Итак, как же работает алгоритм? RSA представляет собой пример ассиметричного шифрования, при котором у каждого участника общения есть 2 ключа: открытый и закрытый. Открытый ключ (публичный, доступный всем) нужен для того, чтобы зашифровать сообщение, а закрытый (есть только у получателя) – чтобы расшифровать послание, зашифрованное открытым ключом. Можно провести аналогию с реальным миром. Допустим, вам надо получить от ваших товарищей посылки, но так, чтобы если кто-то перехватит чужую посылку, он не смог бы узнать, что в ней находится. В таком случае вам необходимо разослать товарищам по коробке и одинаковому замку (открытый ключ), а ключ от замка (закрытый ключ) будет только у вас. Таким образом, “зашифровать” посылку сможет каждый, а “расшифровать” - только вы [4]. Разберём алгоритм детальнее на простом примере.

Генерация открытого и закрытого ключей. Для создания открытого ключа необходимо выполнить следующие этапы:

1) Выбрать 2 простых числа **p** и **q**. Пусть будет **p** = 17 и **q** = 19.

2) Вычислить модуль **n**, равный произведению двух простых чисел (для выбранных **p** и **q** значение **n** = 17 * 19 = 323).

3) Найти значение функции Эйлера $\varphi(n) = (p-1) \times (q-1)$ (при заданных значениях **φ(n)** = 16 * 18 = 288).

4) Выбрать такое число **e** (от англ. *encryption*), так называемая открытая экспонента, которое отвечало бы нескольким критериям: a) оно простое; b) оно меньше **φ(n)**; c) оно взаимно простое с **φ(n)**. Из всего множества вариантов выберем число **e** = 11.

Пара чисел (**e**, **n**), в нашем случае (11, 323) — это и есть открытый ключ. Для создания закрытого ключа необходимо найти ещё одно число **d** (от англ. *decryption*), удовлетворяющее следующему равенству:

$d \times e \ mod \ \varphi(n) = 1$, то есть $d = (x \times \varphi(n) + 1)/e$. Подобрав **x** = 5, получим число **d** = 131.

Пара чисел (**d**, **n**), в нашем случае (131, 323), является закрытым ключом.

Шифрование. Допустим, надо зашифровать число **m** = 145 при помощи открытого ключа (11, 323), тогда зашифрованное сообщение будет иметь вид:

145^{11} mod 323 = 130.

Расшифрование. При помощи закрытого ключа (131, 323) восстановим закодированное сообщение: 130^{131} mod 323 = 145. Таким образом, мы получили исходное сообщение.

Криптостойкость RSA-шифрования основывается на исключительной сложности задачи определить секретный ключ на основе открытого, так как для этого потребуется решить задачу о существовании делителей целого числа [5]. Причём с возрастанием значений простых чисел, которые используются при составлении ключей, вычислительная сложность растёт в соответствии с экспоненциальным законом. Наиболее криптостойкие системы используют 1024-битные и большие числа (например, Google использует 2048-битные числа, т.е. состоящие из 617 десятичных знаков). Криптосистемы, использующие 768-битные числа, перестали быть безопасными после того, как в 2010 году учёные успешно вычислили данные, зашифрованные ключом соответствующей длины. Для нахождения простых сомножителей применялся общий метод решета числового поля.

Несмотря на всю надёжность ассиметричных методов шифрования, стоит признать, что с развитием квантовых технологий и квантовых вычислительных устройств задача факторизации больших чисел будет занимать значительно меньше времени благодаря возможности применения алгоритма Шора.

Таким образом, благодаря криптосистемам с открытым ключом можно безопасно обмениваться информацией в сети Интернет, но со временем придётся перейти на более совершенные методы шифрования, такие как квантовая криптография.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. RSA [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/RSA

2. Малая теорема Ферма [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Малая_теорема_Ферма

3. Лихарева Юлия Андреевна, Сергеев Александр Эдуардович, Сергеев Эдуард Александрович “О функции Эйлера” // Научный журнал КубГАУ. 2017. №127. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/o-funktsii-eylera

4. RSA – шифрование на пальцах [Электронный ресурс] — Режим доступа. — http://www.michurin.net/computer-science/rsa.html

5. Алгоритм шифрования RSA [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: https://www.e-nigma.ru/stat/rsa/

RSA. ASYMMETRIC CRYPTOSYSTEM

Kozlovskiy G.V.

KozlovskiyGV@stud.kai.ru

Supervisor: S.V. Nikiforova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent of the Department of special mathematic

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI, Kazan

Abstract. This paper studies one of the algorithms of public key cryptosystem - RSA. In addition, encryption and decryption according to the given algorithm are made, and conclusions about the possibility of future application are made.

УДК 504.05

НАСКОЛЬКО ЭКОЛОГИЧНЫ ЭЛЕКТРОМОБИЛИ?

Козловский Г.В.
KozlovskiyGV@stud.kai.ru
Научный руководитель: С.В. Никифорова, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры специальной математики
Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ, Казань

Аннотация. В работе рассмотрены методы добычи лития, а также произведена оценка вреда, наносимого окружающей среде при производстве, использовании и переработке электродвигателей, проведён сравнительный анализ экологичности электродвигателей и двигателей внутреннего сгорания (ДВС).

Ежедневно на дорогах появляется всё больше автомобилей, которые всё больше загрязняют окружающую среду своими выбросами. Во многом именно эта экологическая проблема подтолкнула человека к поиску альтернативы двигателю внутреннего сгорания (ДВС). В наши дни самой популярной заменой традиционному ДВС стал электродвигатель.

Электромобили считаются экологичным видом транспорта, так как во время их эксплуатации не выбрасываются вредные газы. В действительности электрокары не так хороши, как о них говорят. Согласно исследованию компании “Berylls” [1], при производстве одного лишь автомобильного аккумулятора, подходящего по размерам для внедорожника и весящего свыше 500 килограмм, выделяется до 74% больше углекислого газа, чем при производстве экономичной автомашины с двигателем внутреннего сгорания, если та произведена на заводе, основным источником энергии которого являются полезные ископаемые.

Чтобы понять, насколько вредны электрокары для окружающей среды, для начала рассмотрим вред от производства аккумуляторов для транспортных средств компании “Tesla”, флагмана отрасли электромобилей. В состав литий-ионных аккумуляторных батарей в основном входят графит, никель, литий, марганец, кобальт, алюминий [2]. Количество требуемых для изготовления аккумуляторных батарей материалов и их ежегодная добыча приведены на рисунке 1.

Наименование	Требуемое количество (тонны)	Ежегодная добыча (тонны)	Доля от добычи (%)
Графит	1 028 775	1 100 000	94
Никель	750 410	2 460 000	31
Литий	127 302	77 000	165
Медь	1 820 000	21 000 000	9
Марганец	20 811	19 000 000	0
Кобальт	68 315	122 000	56
Алюминий (в аккумуляторе)	16 544	64 000 000	0
Алюминий	3 380 000	64 000 000	5
MagREO (NdPr, Dy, Tb)	18 000	46 000	39

Рис. 1. Материалы, требуемые для производства 20 миллионов автомобилей в год

Количество различных металлов, содержащихся в аккумуляторах, а также масса углекислого газа, выделяемая при их добыче, приведены в таблице 1.

Таблица 1 — Вещества в аккумуляторах и масса CO2, выделяемая при их добыче

Материал	Содержание в аккумуляторах, кг	Количество CO2, выделяемого при добыче 1 килограмма материала, кг
Алюминий [3]	1	11
Графит [4]	60	5
Кобальт [5]	4	13

Литий	12	9
Марганец [6]	1	6
Никель [7,8]	45	13

Подробно разберём добычу металла, без которого не обходится ни один литий-ионный аккумулятор — литий.

В аккумуляторе Tesla Model S, который состоит из 7104 обычных аккумуляторов типоразмера 18650, содержится около 12 килограммов лития [9]. В основном этот металл добывается из подземных резервуаров с насыщенной литием водой или путём подземной разработки твёрдых полезных ископаемых. При добыче первым способом требуется огромное количество воды, также в атмосферу попадает 5 килограммов CO_2 на каждый килограмм лития, при втором же способе в атмосферу высвобождается уже 15 килограммов углекислого газа на килограмм лития [10]. Существует ещё третий наиболее экологичный способ добычи из геотермальных источников, но он мало распространён. При производстве 1 килограмма лития выделяется приблизительно 9 килограммов CO_2 [11]. Ресурсы, используемые при добыче лития различными способами, проиллюстрированы на рисунке 2.

Рис. 2. Используемые ресурсы при различных методах добычи лития

Суммарно по приблизительным подсчётам только лишь при производстве необходимого для одного аккумулятора сырья в атмосферу выделяется более тонны (1062 кг) углекислого газа. Также согласно исследованию немецкого института ifo, при производстве аккумулятора выбрасывается от 10875 до 14625 килограмм углекислого газа [12].

Теперь рассмотрим непосредственно эксплуатацию электромобиля. Во время движения вредные газы не выделяются, но они выделяются на электростанциях, поставляющих энергию. В среднем по Европе при производстве одного киловатта энергии выделяется 0,287 кг углекислого газа [13]. А расход энергии электромобиля составляет около 0,2 кВт/км [14], то есть при преодолении километра пути электромобиль косвенно выделяет в окружающую среду около 57,4 грамма CO_2. В то время, как при сжигании 1 литра бензина выделяется 2,3 килограмма углекислого газа [15]. При среднем расходе топлива 0,07 литра/км в атмосферу попадает 161 грамм CO_2 каждый километр. Разница в выбросе углекислого газа составляет округлённо 100 грамм/км. Если учесть, что ежегодно автомобиль проезжает 15 тысяч километров [16, 17], то электромобиль сможет стать экологичнее автомобиля с двигателем внутреннего сгорания спустя только 9-10 лет. Однако стоит отметить, что за этот срок полностью израсходуется запас аккумулятора. Соответственно, необходима его замена, а следовательно, утилизация, из-за чего электромобиль можно считать едва ли экологичнее машины с ДВС.

По оценкам экспертов, наиболее остро вопрос утилизации аккумуляторов встанет ближе к 2030 году, когда свой ресурс отработают многие аккумуляторы электромобилей, произведённых в ближайшее время. Уже сейчас существуют технологии, позволяющие перерабатывать до 72% сырья аккумуляторов, долгосрочной же целью является почти безотходная переработка отслуживших срок аккумуляторных батарей [18]. Благодаря технологиям переработки сырья, достижениям в разработке аккумуляторов и постепенному увеличению доли энергии, получаемой за счёт возобновляемых источников энергии, можно утверждать, что в будущем электромобили станут по-настоящему экологичными и вытеснят традиционные автомобили.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. https://www.industryweek.com/technology-and-iiot/article/22026518/lithium-batteries-dirty-secret-manufacturing-them-leaves-massive-carbon-footprint
2. https://www.mining.com/all-the-mines-tesla-needs-to-build-20-million-cars-a-year/
3. https://aluminiuminsider.com/leaders-emerge-in-the-aluminium-industrys-race-to-zero-carbon/
4. https://www.scientific.net/MSF.913.985
5. https://roskill.com/news/cobalt-sustainability-the-environmental-cost-of-refined-cobalt-production/
6. https://www.mdpi.com/2227-9717/8/8/933/pdf
7. https://www.mining.com/all-the-mines-tesla-needs-to-build-20-million-cars-a-year/
8. https://nickelinstitute.org/media/4817/lifecycledata-faq-update2020.pdf
9. https://www.instituteforenergyresearch.org/renewable/the-environmental-impact-of-lithium-batteries/
10. https://www.bbc.com/future/article/20201124-how-geothermal-lithium-could-revolutionise-green-energy
11. https://www.globenewswire.com/news-release/2020/10/05/2103285/0/en/Roskill-CO2-emissions-from-lithium-production-set-to-triple-by-2025.html
12. https://www.ifo.de/DocDL/sd-2019-08-sinn-karl-buchal-motoren-2019-04-25.pdf
13. https://www.eea.europa.eu/data-and-maps/indicators/overview-of-the-electricity-production-3/assessment
14. https://www.energuide.be/en/questions-answers/how-much-power-does-an-electric-car-use/212
15. https://www.nrcan.gc.ca/sites/www.nrcan.gc.ca/files/oee/pdf/transportation/fuel-efficient-technologies/autosmart_factsheet_6_e.pdf
16. https://www.odyssee-mure.eu/publications/efficiency-by-sector/transport/distance-travelled-by-car.html
17. https://www.autostat.ru/news/39841/
18. https://www.dw.com/ru/электромобилей-все-больше-а-что-с-утилизацией-батарей/a-51778780

ARE ELECTRIC CARS ECO-FRIENDLY?

Kozlovskiy G.V.

KozlovskiyGV@stud.kai.ru

Supervisor: S.V. Nikiforova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent of the Department of special mathematic

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI, Kazan

Abstract. The paper considers methods of lithium extraction and assesses the environmental damage caused by the production, use and recycling of electric motors, and compares the environmental performance of electric motors and internal combustion engines.

УДК 336.7

БИТКОИН КАК ИНВЕСТИЦИЯ

Козловский Р.В.
KozlovskiyRV@stud.kai.ru
Научный руководитель: С.В. Никифорова, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры специальной математики
Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ, Казань

Аннотация. В работе рассматриваются методики оценки риска инвестиций в биткоин, определяется соответствие его характеристик требованиям методик. Для оценки рентабельности биткоин сравнивается с другими финансовыми инструментами. В целях повышения скорости расчётов была использована программа Excel.

В настоящее время низкие проценты по банковским вкладам и растущая инфляция всё больше вынуждают людей искать альтернативные инструменты инвестирования. Согласно данным Центрального банка России, за 2020 год число клиентов биржевых брокеров возросло на 130%, достигнув 9,9 млн человек, а совокупный объём ценных бумаг на счетах физических лиц в депозитариях увеличилась на 45% [1], причём вложения в биржевые российские акции в среднем показали доходность 14,8% [2].

В январе 2020 года биткоин стоил около $7 200. Весной его стоимость начала расти на фоне ограничительных мер и падающих цен на нефть, вызванных пандемией, а в декабре 2020 года курс биткоина достиг отметки в $29 000. Таким образом цена на эту криптовалюту выросла более чем на 300% [3].

Кажется, что в 2020 году покупка криптовалюты была бы хорошей инвестицией, но остаётся ли она таковой в настоящее время? Для ответа на этот вопрос необходимо оценить риски и возможные убытки, а также рассчитать будущую доходность. Одной из наиболее часто используемых методик определения риска является VaR (Value at Risk) на базе исторического моделирования, в основе которой лежит гипотеза об эффективности рынка.

Но гипотеза требует, чтобы доходность актива соответствовала нормальному закону распределения. Доходом с приобретения биткоина будет являться положительное изменение его рыночной стоимости. Доходность определяется как отношение дохода к некоторой сумме вложений, которые необходимы для его получения. Ежедневную доходность можно рассчитать по формуле: $\delta n = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \cdot 100\%$, где n_1 – курс в начале дня; n_2 – курс в конце дня.

Для облегчения расчётов можно воспользоваться программой Excel, а данные для выборки, т.е. ежедневные котировки закрытия, нужной длины (не менее 250 — рекомендация Bank of International Settlements [4]) следует получить с помощью специального сервиса [5] за каждый день в период с 1 сентября 2020 года по 1 сентября 2021 года.

Далее необходимо проверить нормальность распределения доходности, рассчитав критерий Колмогорова-Смирнова [6]. Для этого потребуется найти длину выборки N (по условию, N = 366), максимальную доходность I_{max} (I_{max} = 19,51%), минимальную доходность I_{min} (I_{min} = -14,3%), стандартное отклонение дневных доходностей s, математическое ожидание доходностей m, размах вариации значений R, интервал группировки ΔI и количество таких интервалов k (пусть k = 100) по формулам:

$$m = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \delta n_i; \quad s = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\delta n_i - m)^2}; \quad R = I_{max} - I_{min}; \quad \Delta I = \frac{R}{k}.$$

На рисунке 1 приведены значения для определения критерия Колмогорова-Смирнова.

Длина выборки N	Максимальная доходность Imax	Минимальная доходность Imin	Математическое ожидание m	Стандартное отклонение s	Размах вариации значений R	Количество интервалов k	Интервал группировки ΔI
366	19,51%	-14,30%	2,98%	0,95%	33,81%	100	0,34%

Рис. 1. Рассчитанные по формулам значения

Разбив размах вариации значений R на k интервалов, нужно определить опытную частоту попадания в них значений доходности, а затем воспользоваться функцией плотности вероятности для среднего значения в каждом интервале: $p(x) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{s}\right)^2}$, где x принимает значения середин интервалов. И найти теоретическую частоту распределения доходностей при заданных математическом ожидании m и стандартном отклонении s. А затем построить соответствующие графики (рис. 2).

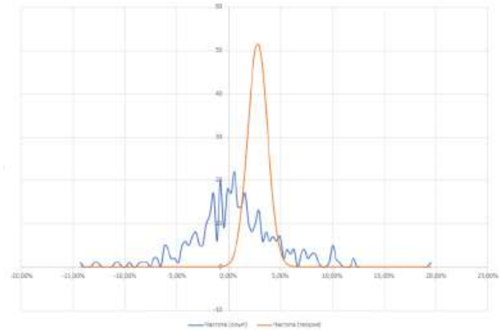


Рис. 2. Наглядное изображение различий опытного и теоретического распределений

Критерий Колмогорова-Смирнова λ основан на сравнении между собой накопленных частот опытного и теоретического распределений. Вычисляется как отношение наибольшей разницы между накопленными теоретической и опытной частотами d_{max} к длине выборки N: $\lambda = \frac{|d_{max}|}{N}$. Значение критерия для выбранной доходности λ = 0,974.

Также необходимо найти критические значения критерия Колмогорова-Смирнова, зависящие от длины выборки N и уровня значимости α, т.е. вероятности ошибочного отклонения: $\alpha = 0{,}05; N > 100 \Rightarrow \lambda_{crit} = \frac{1{,}36}{\sqrt{N}}$; $\alpha = 0{,}01; N > 100 \Rightarrow \lambda_{crit} = \frac{1{,}63}{\sqrt{N}}$. Для N = 366 и α = 0,05 значение λ_{cr1} = 0,0711, а для α = 0,01 значение λ_{cr2} = 0,0852. Так как полученное значение критерия больше критического значения при α = 0,01, оно входит в зону значимости.

Итак, рассчитанный критерий Колмогорова-Смирнова попадает в зону значимости, а следовательно, опытное распределение доходностей отличается от нормального распределения и для верной оценки риска невозможно применить метод VaR.

Так как предсказать будущие риски невозможно, следует оценить текущую ценовую изменчивость, то есть волатильность σ: $\sigma = \frac{s}{\sqrt{T}}$, где T — временной промежуток, выраженный в годах, для ежедневно торгуемой криптовалюты в году проходит 365 торговых дней, а для биржевых ценных бумаг — только 265. Как видно из формулы, значение среднегодовой волатильности за год равна стандартному отклонению доходности. Для биткоина σ = 0,95%, что, согласно европейскому законодательству, соответствует 2-ому классу риска [7], среднегодовая доходность Ω может быть определена по формуле:

$$\Omega = \frac{(1 + \delta n_1) \cdot (1 + \delta n_2) \cdot \ldots \cdot (1 + \delta n_N)}{T} - 1$$

И для рассматриваемой криптовалюты данная характеристика принимает значение, равное 319%.

Для построения сводной точечной диаграммы необходимо определить значения среднегодовых волатильности и доходности для других финансовых инструментов (рис. 3). За безрисковую норму доходности будет принята средняя купонная доходность выпусков облигаций федерального займа, размещённых в рассматриваемый период (т.е. выпуски ОФЗ-53005-Н, ОФЗ-53006-Н, ОФЗ-53007-Н, ОФЗ-53008-Н).

	Биткоин	Газпром	Сбербанк	Селигдар	ММК	ИнтерРАО	Аптеки 36 и 6	Камчатскэнерго	Disney	Polymetal	ОФЗ
Стандартное отклонение	0,95%	1,50%	1,58%	1,56%	1,92%	1,24%	0,94%	1,79%	2,04%	1,73%	0%
Среднегодовая доходность	319%	84%	44%	-7%	105%	-9%	0%	-13%	39%	-28%	5,63%

Рис. 3. Таблица искомых значений

Таким образом, можно заключить, что по сравнению с аналогичными по расчётному риску финансовыми инструментами биткоин имеет большую доходность в силу кризиса, наступившего в связи с эмиссией большого количества необеспеченных денег, а также возможности совершения быстрого трансграничного перевода и в текущих условиях может стать привлекательной инвестицией [8].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Обзор ключевых показателей профессиональных участников рынка ценных бумаг [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: https://www.cbr.ru/Collection/Collection/File/32068/review_secur_20.pdf

2. 20 лучших российских акций 2020 года. Рейтинг РБК [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: https://quote.rbc.ru/card/60019f319a794742aeb724c9

3. Bitcoin USD (BTC-USD) Price, News, Quote & History - Yahoo Finance [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: https://finance.yahoo.com/quote/BTC-USD/chart?p=BTC-USD

4. 26 - Supervisory framework for the use of "backtesting" in conjunction with the internal models approach to market risk capital requirements - Jan 1996 [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: https://www.bis.org/publ/bcbs22.pdf

5. Финам.ru — Экспорт котировок Криптовалюты BTC-USD [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: https://www.finam.ru/profile/cryptocurrencies/btc-usd/export/

6. Критерий согласия Колмогорова [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Критерий_согласия_Колмогорова

7. CESR’s guidelines on the methodology for the calculation of the synthetic risk and reward indicator in the Key Investor Information Document [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: https://www.esma.europa.eu/sites/default/files/library/2015/11/10_673.pdf

8. Биткоин в пандемию бьет рекорды. Что это значит для инвесторов? [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: https://www.dw.com/ru/bitkoin-v-pandemiju-bet-rekordy-chto-jeto-znachit-dlja-investorov/a-55979181

BITCOIN AS INVESTMENT

Kozlovskiy R.V.

KozlovskiyRV@stud.kai.ru

Supervisor: S.V. Nikiforova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent of the Department of special mathematic

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI, Kazan

Abstract. The paper reviews the methodologies for assessing the risk of investing in bitcoin, and determines whether its characteristics meet the requirements of the methodologies. Bitcoin is compared to other financial instruments to assess its profitability. In order to improve the speed of calculations, Excel software was used.

УДК 001.2

ОСОБЕННОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ НАУЧНЫХ КОНФЕРЕНЦИЙ ДИСТАНЦИОННО

Козловский Р.В.

KozlovskiyRV@stud.kai.ru

Научный руководитель: С.В. Никифорова, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры специальной математики

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ, Казань

Аннотация. В данной работе приведены основные особенности проведения дистанционных научных конференций. Рассмотрены основные различия в проведении конференций в дистанционном и очном форматах. Выявлены преимущества и недостатки проведения в указанных форматах.

В последние годы появилось много отчетов и статистики о том, что встречи — это пустая трата времени. Действительно, плохо организованная встреча, которую легко провести в дистанционном формате, на самом деле является пустой тратой времени. Но это не означает, что мы должны исключить личное общение из нашего мира. Общение лицом к лицу также позволяет лучше понимать жесты рук, язык тела и выражения лица. Часто вещи могут быть неверно истолкованы в видеочате или по электронной почте [1].

Научные конференции всегда были важны для распространения новых научных знаний, а также являлись особенными моментами для установления социального взаимодействия и развития прочных социальных связей среди ученых. Это взаимодействие в определенной степени является жизненно важным для науки. Кроме этого, такие конференции могут стать неформальными показателями при оценке различных университетов. Однако после введения из-за пандемии ограничительных мер проведение подобных мероприятий стало невозможным, поэтому национальные исследовательские организации начали проводить научные конференции в дистанционном режиме [2].

Дать однозначный ответ на вопрос о том, какой формат проведения лучше, невозможно, но можно достаточно точно охарактеризовать их, ведь у каждого из них есть свои преимущества и недостатки.

Очный формат проведения конференции предполагает несколько различных стадий: регистрация исследователей, выбор работ для публикации и участников для устных выступлений, секционные заседания и награждение победителей по решению комиссии.

К положительным факторам участия в очных научных конференциях относятся следующие: 1) возникновение у участников чувства принадлежности к сообществу с общими интересами; 2) появление возможности совместного обсуждения темы исследования, то есть узнать об иных взглядах на данную тему и на решение существующих проблем; 3) приобретение чувства удовлетворённости работой в связи с личной встречей с коллегами и повышение работоспособности учёных [3]; 4) получение возможности осуществить небольшое туристическое путешествие в соседний регион или далёкую страну, а также обзавестись новыми знакомствами в профессиональной сфере.

К отрицательным аспектам очных конференций можно отнести следующие:
1) необходимость присутствовать на конференции вынуждает исследователей использовать транспорт, который во время поездки каждого участника может произвести до 2 тонн углекислого газа [4]; 2) возможные неудобства, связанные с серьёзной сменой часовых поясов или акклиматизацией; 3) отсутствие вспомогательных технологий, помогающих участвовать в конференции людям с ограниченными возможностями здоровья [5], например, программное обеспечение для прямой транскрипции для глухих или слабослышащих людей.

Виртуальный формат проведения конференции предлагает участникам не покидать своих лабораторий и оставляет больше времени на подготовку выступлений.

К положительным сторонам дистанционных конференций можно отнести такие:
1) более дешёвое участие в силу сокращения расходов организаторов конференции и необязательности длительных поездок; 2) расширение географии участников за счёт необязательности получения визы и других разрешительных документов для пересечения границ; 3) уменьшение психологического стресса у людей, страдающих страхом публичных выступлений; 4) более широкий доступ к материалам научной конференции, включая записи устных докладов и ответов исследователей на вопросы других специалистов.

К отрицательным сторонам дистанционных конференций можно отнести такие:
1) предвзятое отношение к конференции: в связи с распространением дистанционного формата проведения научных конференций некоторые специалисты меньше доверяют таким мероприятиям в целом, но это неслучайно, ведь многие недобросовестные организаторы смешивают понятия «заочный» и «дистанционный» или вовсе не указывают формат проведения конференции в сборнике материалов [6]; 2) требования к производительности технических средств участников: для проведения виртуальных встреч необходим стабильный доступ к сети Интернет, а также видеокамера и микрофон, которые способны записывать изображение и звук в качестве, комфортном для других участников конференции; 3) высокие требования безопасности обеспечения связи [7] для предотвращения несанкционированного доступа к конференции и её срыва; 4) появление необходимости освоить принципы и методы работы на платформе, обеспечивающей связь с участниками конференции.

Таким образом можно прийти к выводу о том, что оценка дистанционных конференций неоднозначна. В неофициальном опросе, проведенном Nature [8], примерно 80% из 486 респондентов заявили, что, по их мнению, некоторые встречи следует продолжать проводить виртуально, по крайней мере, в некотором виде уже после того, как пандемия утихнет, и надеются, что будущие встречи будут предлагать своего рода гибридный формат, как с виртуальным, так и с личным участием, но в этом случае с точки зрения логистики это потребует больших ресурсов для двух встреч одновременно, а в другом случае придётся приложить немало усилий для обеспечения интеграции людей с ограниченными возможностями здоровья: создание подходящих конференц-залов, в которых должны быть применены основные вспомогательные приспособления при проведении мероприятия, требует активных действий и немалых расходов со стороны организаторов конференций. Кроме того, исследователи с ограниченными возможностями здоровья должны быть вовлечены во все аспекты процесса его планирования.

Введение современных форматов не принуждает к полному отказу от классических форм взаимодействия и сотрудничества, но оно способствует обогащению и расширению этого сотрудничества. Новые форматы могут предложить иную возможность для тех, кто по различным причинам не может принять участия в очных научных мероприятиях. Можно предположить, что накопленный опыт откроет новые горизонты для международных сотрудничества и взаимодействия, которые помогут осуществить совместные онлайн-программы, а также провести научные исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Working or wasting time? — Режим доступа. — URL: https://www.kornferry.com/about-us/press/working-or-wasting-time

2. 65 научных онлайн-конференций пройдут во II полугодии 2020 года при поддержке РФФИ [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: http://www.sib-science.info/ru/grants/itogi-konkursa-na-luchshie-proekty-18062020

3. *Mair, J., Lockstone-Binney, L., & Whitelaw, P. A.* (2018). The motives and barriers of association conference attendance: Evidence from an Australasian tourism and hospitality

academic conference. [Электронный ресурс] — Режим доступа. — https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1447677017301523
4. On the Travel Emissions of Sustainability Science Research [Электронный ресурс] — Режим доступа. — https://www.mdpi.com/2071-1050/6/5/2718/pdf
5. Virtual Event Participation is Key for Accessibility [Электронный ресурс] — Режим доступа. — https://rootedinrights.org/virtual-event-participation-is-key-for-accessibility/
6. «Заочная научная конференция» – что это же это за зверь? [Электронный ресурс] — Режим доступа. — https://conf.neicon.ru/materials/22-Overseas2016/20160927-s1-07-Raspletina.pdf
7. The Security Threats of Virtual Meetings - Security Boulevard [Электронный ресурс] — Режим доступа. — https://securityboulevard.com/2021/06/the-security-threats-of-virtual-meetings/
8. Learning to love virtual conferences in the coronavirus era [Электронный ресурс] — Режим доступа. — https://www.nature.com/articles/d41586-020-01489-0

FEATURES OF REMOTE ACADEMIC CONFERENCES

Kozlovskiy R.V.
KozlovskiyRV@stud.kai.ru
Supervisor: S.V. Nikiforova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent of the Department of special mathematic
Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI, Kazan

Abstract. This paper looks at the main features of distance academic conferences. The main differences between distance conferencing and face-to-face conferencing are discussed. The advantages and disadvantages of these formats are identified.

УДК 51.74,621.396

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ: ОТ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ К ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

Коробков М. А.
maksim.a.korobkov@gmail.com
С. И. Дорофеева, старший преподаватель кафедры СМ
Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева-КАИ, г. Казань

Аннотация. Представлена история изобретения рядов Фурье. Приводятся примеры их использования в цифровой обработке сигналов. Описывается моделирование гармонического сигнала, искажённого шумом, построение его амплитудного спектра, его обработка и восстановление.

Не секрет, что основой всех инженерных вычислений является математика, линейная алгебра, теория вероятностей, математический анализ. Для этого все физические явления представляются в виде математических моделей. С давних времён и по настоящее время все математики вносили и вносят большой вклад в разработку математических моделей, которые позволяют, с одной стороны формализовать описание какого либо явления, с другой стороны – упростить изучение и предсказать свойства явления. Большой вклад в разработку таких моделей внёс Жан-Батист Жозеф Фурье.

Жан-Батист Жозеф Фурье родился 21 марта 1768 года во французском городе Осер, в семье, в которой было 15 детей [1]. Вся его жизнь пришлась на очень неспокойные времена и перемены, которые происходили во Франции. В раннем возрасте он потерял родителей. Его устроили в военную школу, в которой он показал очень хорошие способности в изучении языков и математики. В юношестве его привлекало военное дело. Поэтому он решил поступать в артиллерийское училище, но не был принят из-за неподходящего сословия. Он вернулся в родной город и начал преподавать технические и математические предметы.

За время своей жизни Жан-Батист Жозеф Фурье прошёл много испытаний. Он был в тюрьме, чуть не был казнён. Во времена правления Наполеона он длительное время был в Египте, где занимался научными исследованиями и систематизацией информации о Египте. В последствие, написал серьёзный труд «Описание Египта», получивший широкое признание. Принимал активное участие в политической жизни Франции. В 1801 году работал в ведомстве народного просвещения Франции. С 1802 г. был префектом департамента Изеры.

Несмотря на то, что Фурье большую часть своей жизни не мог много заниматься математикой, всё-таки основным его вкладом стала разработка теории представления любой функции в виде тригонометрического ряда. Его очень интересовала такая область науки как математическая физика. В 1807 году Жан-Батист Жозеф Фурье представил доклад «О распространении тепла в твёрдом теле [1] с целью решения уравнения теплопроводности в металлической пластине

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \Delta u = f(r,t).$$

Доклад был воспринят научным сообществом с осторожностью. Такие известные математики, как Лагранж и Лаплас сомневались в возможностях подхода к решению задач теплопроводности, который предложил Фурье. Кроме того, некоторые положения уже рассматривались до него, он же переосмыслил их с целью решения практических задач теплопроводности в твёрдых телах. Основным результатом этого труда было то, что при некоторых условиях неизвестную функцию можно представить в виде ряда тригонометрических функций косинуса и синуса. Причём этот ряд единственен и сходится к искомой неизвестной функции.

Общий вид выражения тригонометрического ряда Фурье функции $f(x)$ представляется следующим образом [2]:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx),$$

где a_n и b_n – коэффициенты Фурье функции $f(x)$ и вычисляются по следующим формулам:

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx, b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx, n = 1 \dots \infty.$$

Со временем математики, физики, инженеры убедились в правильности доказательств Фурье и нашли много возможностей использования тригонометрических рядов в различных областях науки и техники. Ряды Фурье с достаточно большой точностью позволяют математически описать различные природные явления, особенно волнового характера. Ведь волны как раз и описываются тригонометрическими функциями синуса и косинуса.

С развитием современной теории цифровой обработки сигналов преобразование и ряды Фурье получили новое развитие. Сигналы с помощью преобразования Фурье представляются в набор гармоник в частотной области. Это делается с помощью прямого преобразования Фурье:

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} kn\right), \qquad k = 0,1, \dots N-1.$$

Ещё эту формулу называют формулой анализа и используют для исследования и определения параметров реальных сигналов.

Благодаря такому важному свойству, как линейность, можно выполнить обратное преобразование из частотной во временную область с помощью формулы:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot \exp\left(j\frac{2\pi}{N}kn\right),\ n = 0,1, \dots N-1.$$

Также эту формулу называют формулой синтеза.

В данном докладе приводится пример применения преобразования Фурье для анализа параметров сигнала, искажённого случайным шумом и фильтрации шума в частотной области с последующим восстановлением сигнала во временной области. Для этого было проведено моделирование в пакете программ Mathcad.

Сформирован гармонический сигнал в виде суммы трёх гармонических компонент в соответствии с о следующей формулой:

$$S(k) = A_1 sin\left(\frac{k}{100} \cdot 2\pi f_1\right) + A_2 cos\left(\frac{k}{100} \cdot 2\pi f_2\right) + A_3 cos\left(\frac{k}{100} \cdot 2\pi f_3\right),$$

где A_1, A_2, A_3 – амплитуды компонент, f_1, f_2, f_3 – частоты гармонических компонент. Значения амплитуд были заданы следующие: $A_1 = 3, A_2 = 1.5, A_3 = 3$, значения частот: $f_1 = 6$ Гц, $f_{2=}$ 8 Гц, $f_3 = 16$ Гц. На рисунке 1 приведён график сигнала:

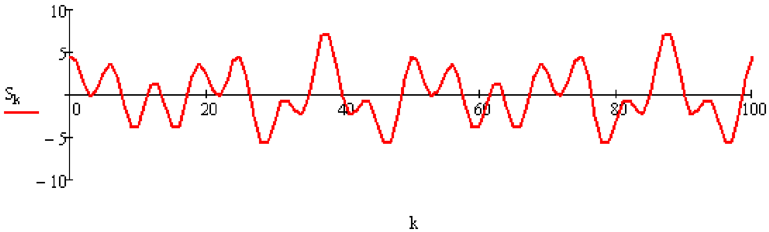


Рис 1. Сформированный гармонический сигнал.

К сигналу добавляется аддитивный шум в соответствии со следующей формулой:

$$Z(k) = S(k) + Noise(k).$$

На рисунке 2 показаны графики исходного сигнала (красная кривая) и сигнала с шумом.

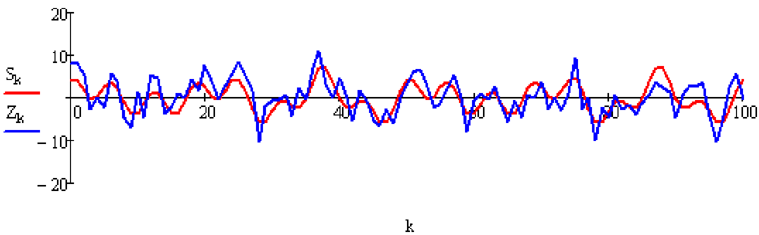


Рис. 2. Графики исходного сигнала и сигнала с шумом.

Хорошо видно, что сигнал с шумом имеет сильные искажения. Для анализа этого сигнала было применено прямое преобразование Фурье и построен амплитудный спектр сигнала, график которого показан на рисунке 3.

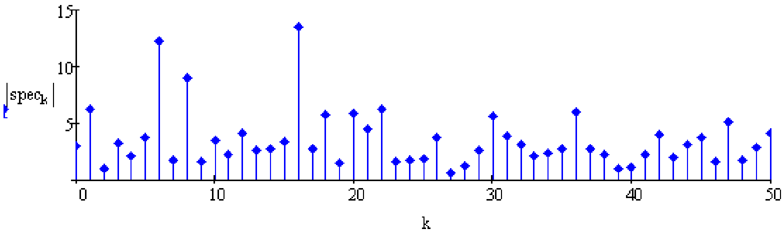


Рис. 3. Амплитудный спектр сигнала с шумом.

Несмотря на то, что во временной области сигнал сильно искажён, в частотной области хорошо видны три гармоники на частотах 6, 8 и 16 Гц. Остальные гармоники явно принадлежат шуму. Можно сделать обработку этого спектра и оставить только те гармоники, амплитуда которых превышает некоторый порог. В рассматриваемом случае мы задали порог, равный 7.5. После этого было проведено обратное преобразование Фурье, результат которого показан на рисунке 4.

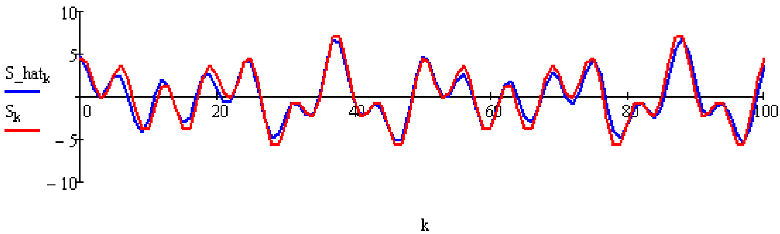


Рис. 4. Восстановленный (синяя кривая) и исходный сигнал (красная кривая).

Хорошо видно, что восстановленный сигнал достаточно хорошо приближается к исходному сигналу. Из этого можно сделать вывод, что сигналы можно обрабатывать и восстанавливать с достаточно высокой точностью.

В работе представлена краткая история создания очень важного математического преобразования – преобразования Фурье. Приведено описание и результаты моделирования одного из способов обработки сигналов, искажённых шумом, с использованием прямого и обратного преобразования Фурье.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Фурье, Жан-Батист Жозеф [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Фурье,_Жан-Батист_Жозеф (дата обращения 13.05.2022).

2. Тригонометрический ряд Фурье [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/ Тригонометрический_ряд_Фурье (дата обращения 13.05.2022).

3. Гараев К. Г., Данилаев П. Г., Дорофеева С. И., Исхаков Э. Н., Шабалина С. Б. Краткий справочник по специальным разделам математики /Поч. ред. К. Г. Гараева, П. Г. Данилаева. Казань: Изд-во Казан. га. Техн. ун-та, 2009. 144 с.

4. Анфиногентов В. И., Дараган М. А., Дорофеева С. И. Математика в задачах радиосвязи и телекоммуникаций. Учеб. Пос. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2013. 128 с.

FOURIE TRANSFORM: FROM DIFFERENTIAL EQUATIONS TO DIGITAL SIGNAL PROCESSING

M. A. Korobkov
maksim.a.korobkov@gmail.com
S. I. Dorofeeva, assistant professor of SM department
Kazan National Technical University n.a. A.N. Tupolev-KAI, Kazan

The history of the Fourier transform invention is presented in the paper. The examples of their implementation are shown. Moreover, the modeling of the corrupted signal by the noise is considered. The results of amplitude spectrum computing, the processing and reconstructing signal are presented in this paper.

УДК 51

РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ТОЧКАМИ В РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМАХ КООРДИНАТ

Кузнецов А.Е.
mr.quzzis@mail.ru
Научный руководитель: Дорофеева С.И.
(Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева – КАИ, г. Казань)

Аннотация: рассматриваются декартовы и полярные системы координат, а также, расстояния между точками в этих системах.

Цель работы

Подробно рассмотреть две системы координат. Вывести формулу расчета расстояния между двумя точками в полярной системе координат.

Введение

Системой координат на плоскости называется способ, позволяющий определять положение точки заданием чисел - этот способ, благодаря Р.Декарту (1596-1650 гг.) позволяет решение геометрических задач сводить к алгебраическим. Конечно же, существуют различные способы задания положения точки на плоскости, в соответствии с этим существуют разные системы координат, например, прямоугольная декартова и полярная.

Что же такое расстояние? Расстояние – это геометрическое понятие, содержание которого зависит от того, для каких объектов оно определяется, в нашем случае это расстояние между точками – длина соединяющего их отрезка прямой. Расстояние между двумя пунктами обычно считается по прямой, а длина пути между этими пунктами может быть и больше, все зависит от дорог и вашего выбора пути.

Расстояние между двумя точками в прямоугольной декартовой системе координат

Расстояние между двумя точками А(x_{A},y_{A}) и В (x_{B},y_{B}) – т.е. длина отрезка АВ, обозначается lАВl, исходя из расположения точек А и В возможны следующие варианты:

1. Если точки А и В совпадают, то расстояние между ними равно нулю;

2. Если точки А и В лежат на прямой, перпендикулярной оси Ох (оси абсцисс), то их проекции на Ох совпадают. Расстояние между точками равно модулую разности их координат, то $|\mathrm{AB}| = |y_{\mathrm{A}} - y_{\mathrm{B}}|$ (рис.1);

3. Если точки A и B лежат на прямой, перпендикулярной оси Oy (оси ординат) – по аналогии с предыдущим пунктом: $|AB| = |x_A - x_B|$; (рис.2)

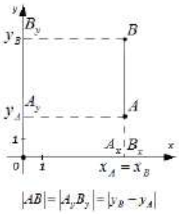


Рис.1

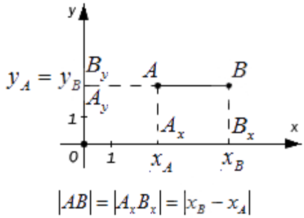


Рис. 2

4. Если точки A и B не лежат на прямой, перпендикулярной одной из координатных осей, найдем расстояние между ними, выведя формулу расчета. (рис.3)

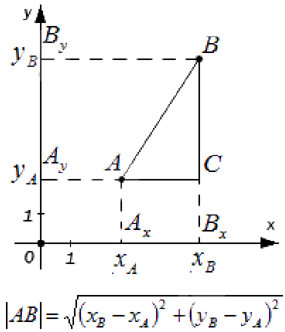


Рис.3

Видно, что треугольник ABC является прямоугольным по построению. При этом, катеты: $|AC| = |x_B - x_A|$ и $|BC| = |y_B - y_A|$. Используя теорему Пифагора, составим равенство: $|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$, а затем преобразуем его: $|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Сформулируем вывод из полученного результата: расстояние от точки A до точки B на плоскости определяется расчетом по формуле с использованием координат этих точек: $|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Полученная формула также подтверждает ранее сформированные утверждения для случаев совпадения точек или ситуаций, когда точки лежат на прямых, перпендикулярных осям.

Расстояние между двумя точками в полярной системе координат

Термин «полярные координаты» появился в 19 веке. Ближе всего к современным представлениям о полярных координатах подошли известный математик Л.Эйлер (1734-1800гг.) и русский математик и механик, академик Петербургской Академии Наук Семен Емельянович Гурьев (1766-1813гг.).

Полярная система координат задается точкой O, называемой полюсом, лучом Oρ, называемым полярной осью, и единичным вектором $\vec{e}$ того же направления, что и луч Oρ. (рис.4)

Числа ρ и φ называются полярными координатами точки M, обозначают M(ρ;φ) и ρ - полярный радиус, φ - полярный угол.

Каждой точке плоскости соответствует определенное значение $\rho \geq 0$. Значение полярного угла φ определено с точностью до 2πk (k – целое). Чтобы каждая точка плоскости однозначно определялось полярными координатами, достаточно ограничится промежутком $0 \leq \varphi < 2\pi$. В этом случае между любой точкой плоскости, кроме полюса и парой чисел ρ и φ существует взаимно-однозначное соответствие. Для точки полюса ρ=0, угол не определен.

Найдем соотношения между прямоугольными и полярными координатами. Для этого на плоскости совместим прямоугольную и полярную системы координат. Начало координат прямоугольной системы совместим с полюсом, а полярную ось – с положительной полуосью Ох. Пусть х и у – прямоугольные координаты точки М, а ρ и φ ее полярные координаты. (рис.5)

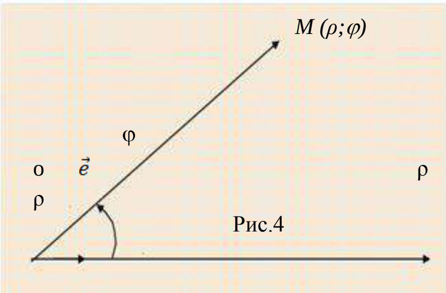


Рис.4

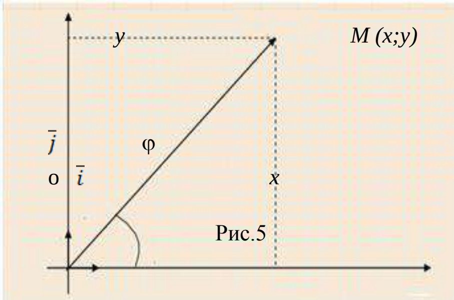


Рис.5

Очевидно, что прямоугольные координаты точки М(x;y) выражаются через полярные координаты точки следующим образом: $\begin{cases} x = \rho\cos\varphi, \\ y = \rho\sin\varphi. \end{cases}$

Для представления полярных координат точки М(ρ;φ) через прямоугольные координаты справедливы формулы: $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\cos\varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, $\sin\varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$, $\mathrm{tg}\varphi = \frac{y}{x}$, найденные из решения прямоугольного треугольника.

При вычислении значения угла φ необходимо по знакам х и у определить четверть, в которой лежит искомый угол, и учесть, что $0 \leq \varphi < 2\pi$.

Выведем формулу для расчета расстояния между точками в полярной системе координат, используя уже найденную формулу для расчета расстояние между двумя точками в прямоугольной декартовой системе координат.

Даны точки с полярными координатами А $(\rho_1, \ \varphi_1)$ и В $(\rho_2, \ \varphi_2)$.

Учитывая связь декартовой и полярной систем координат, получим:

Для точки А:$\begin{cases} x_1 = \rho_1\cos\varphi_1 \\ y_1 = \rho_1\sin\varphi_1 \end{cases}$ Для точки В: $\begin{cases} x_2 = \rho_2\cos\varphi_2 \\ y_2 = \rho_2\sin\varphi_2 \end{cases}$

Подставляем координаты точек в формулу расстояния между двумя точками для прямоугольной декартовой системы координат и упрощаем:

$$|AB| = \sqrt{(\rho_2\cos\varphi_2 - \rho_1\cos\varphi_1)^2 + (\rho_2\sin\varphi_2 - \rho_1\sin\varphi_1)^2} =$$

$$\sqrt{\rho_2^2\cos\varphi_2^2 - 2\rho_1\rho_2\cos\varphi_1\cos\varphi_2 + \rho_1^2\cos\varphi_1^2 + \rho_2^2\sin\varphi_2^2 - 2\rho_1\rho_2\sin\varphi_1\sin\varphi_2 + \rho_1^2\sin\varphi_1^2}$$

$$\sqrt{\rho_2^2(\cos\varphi_2^2 + \sin\varphi_2^2) + \rho_1^2(\cos\varphi_1^2 + \sin\varphi_1^2) - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} =$$

$$\sqrt{\rho_2^2 + \rho_1^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

Таким образом, формула для нахождения расстояние между двумя точками в полярной системе координат, без перехода к прямоугольной декартовой системе, записывается так: $|AB| = \sqrt{\rho_2^2 + \rho_1^2 - 2\rho_1\rho_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

Мы разобрались как найти расстояние между двумя точками в полярной и декартовой системах координат, но в каких случаях необходимо переходить от одной системы координат в другую?

Обычно переход в полярную систему координат совершают для удобства решения тех или иных задач, к примеру, полярные координаты оказываются удобнее декартовых, для задания кривых на плоскости, особенно для задания различных спиралей, например, спирали Архимеда, логарифмической спирали, трилистника.

Применяются также обобщенные полярные координаты: $\begin{cases} x = a \cdot \rho\cos\varphi \\ y = в \cdot \rho\sin\varphi \end{cases}$, где $0 \le \rho < \infty$, $0 \le \varphi < 2\pi$, $a > 0$, $в > 0$, $a \ne в$.

Если для полярной системы координатные линии – концентрические окружности, то для обобщенной полярной системы – эллипсы.

Обобщенные полярные координаты позволяют облегчить, например, вычисление интеграла: $\iint_D \frac{8y}{x^3} dx\, dy$, где D: $1 \le \frac{x^2}{9} + y^2 \le 4$, $y \ge 0$, $y \ge \frac{x}{2}$.

При переходе к полярным координатам в полярной системе координат в двойном интеграле якобиан - $|J| = \rho$, в обобщенной системе $|J| = a в\rho$.

Считается, что полярные координаты в неявном виде использовал еще Динострат (4 век до н.э.).

Выводы

Таким образом, зная формулу связи декартовой и полярной систем координат, облегчаются вычисления, выведена формула расчета расстояния между двумя точками в полярной системе координат.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Математика. Большой энциклопедический словарь / Гл. ред. Ю.В.Прохоров – 3-е изд. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1998. – 848с.
2. Дараган, М.А. Векторная алгебра и аналитическая геометрия; учебно-методическое пособие / М.А. Дараган, С.И. Дорофеева – Казань: Изд-во КНИТУ-КАИ, 2015 – 148с.
3. https://ru.wikipedia.org/wiki/Полярная_система_координат
4. https://ru.wikipedia.org/wiki/Прямоугольная_система_координат

DISTANCE BETWEEN POINTS IN DIFFERENT COORDINATE SYSTEMS

Kuznetsov A.E.

mr.quzzis@mail.ru

Scientific supervisor: S.I.Dorofeeva

(Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev-KAI, Kazan)

Abstract: the Cartesian and polar coordinate systems are considered, as well as distances between points in these systems.

УДК 3054

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И РАСЧЕТЫ В ДАКТИЛОСКОПИИ

Леухина П.А.

Leukhina.polina@inbox.ru

Научный руководитель: Чугунова А А., ст. преподаватель

Казанский институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Всероссийского государственного университета юстиции (РПА Минюста России)", г. Казань

Аннотация. В статье рассмотрены проблемы дактилоскопии. На основе обобщения современного теоретического знания освещены вопросы теории и практики дактилоскопической идентификации, диагностики и дактилоскопической регистрации с учётом развития автоматизированных дактилоскопических систем. В работе рассмотрены ряд вопросов подготовки, назначения, экспертизы отпечатков пальцев и оценки экспертного заключения следователем военной прокуратуры.

Каждая поверхность ладоней рук отличается по своему строению от остальной поверхности кожи человека тем, что имеется своеобразный рельеф, состоящий из небольших бороздок. Наибольшее значение для криминалистики имеют возвышения и канавки между ними, покрывающие всю поверхность ладони.

На подушечках пальцев папиллярные линии представляют собой рисунки сочетания круговых, петлевых, спиральных и дугообразных направлений.

Антрополог Фрэнсис Гальтон в своей знаменитой книге «Отпечатки пальцев», изданной в Лондоне в 1892 году, подробно описал разработанную им систему классификации отпечатков пальцев. Уже тогда Ф. Гальтон безошибочно установил, что основными (базовыми) узорами пальцев являются три:

1) в форме петли (loop, L),
2) в форме дуги (arch, A),
3) в форме завитка (whorl, W).

Гальтон разработал основы формулы отпечатков пальцев. Математические расчеты Гальтона показали, что совпадение узоров на 10 пальцах у разных людей практически невозможно (учитывая общую численность населения планеты Земля), так как случай совпадения составляет 1 к 64 миллиардам (или 1:64 000 000).

Основной формулой является правильная или неправильная дробь, числитель и знаменатель которой состоит из одной или двух цифр. При вычислении базовой формулы учитываются только завитковые узоры, остальные паттерны (петля и дуга) не учитываются.

Для вычисления основной формулы десять пальцев делятся на пять пар. Первая пара включает в себя большой и указательный пальцы правой руки и т.д.

Каждая из названных пар пальцев, если на них имеются узоры скручивания, условно получает обозначение "Петлевые узоры" первой пары пальцев обозначаются цифрой «16», второй пары — «8», третьей пары — «4», четвертой пары — «2», пятой пары — числом «1». Основная формула записывается дробью. Числитель формулы указывает сумму цифр четных пальцев (второго, четвертого, шестого, восьмого и десятого). Знаменатель формулы указывает на сумму нечетных цифр пальца (первый, третий, пятый, седьмой, девятый). К числителю и знаменателю, полученным от сложения пальцевых обозначений, дробь прибавляется единицей. Таким образом, при наличии петлевых узоров на десяти пальцах основная формула отпечатков пальцев будет рассчитываться следующим образом: 16+8+4+2+1+1 =32

Если на пальцах нет узоров петли, формула отпечатков пальцев будет равна = 1. Например, узоры петли есть не на всех пальцах, а только на большом, среднем пальце и безымянном пальце правой руки; и на большой, средней и мизинце левой руки. Тогда базовая формула будет иметь следующее числовое обозначение: 8 + 4 + 2 + 1 = 15 + 1 = 16

Дополнительная формула вычисляется из паттернов десяти пальцев, каждый из которых имеет свою числовую нотацию. В дополнительной формуле числовое обозначение пальцевых узоров дается в соответствии с их типом.

Дуговые узоры, независимо от их разновидностей, обозначаются цифрой 1 при вычислении формулы.

Радиальные петли называются петлями, обращенными ножками к большому пальцу и обозначаются цифрой 2. Число 2 также указывает на двойные петли.

Мизинчиковые петли – это те, которые обращены к мизинцу ногами, числовое обозначение которых зависит от количества папиллярных линий, расположенных между центром узора и дельтой и может быть 3, 4, 5 и 6.

Следует помнить, что на дактилоскопических картах отпечатки пальцев левой руки расположены в обратном направлении, то есть радиальные петли с ножками будут обращены к мизинцу, мизинчиковые – к большому пальцу. Отпечатки пальцев правой руки на дактилоскопической карте расположены в том же направлении, что и на самой руке.

Мизинчиковый петлевой узор, в котором между центром узора и дельтой более трех линий, обозначается числом 3.

Мизинчиковый рисунок петли, в котором между центром узора и дельтой входят от 10 до 13 линий, обозначается цифрой 4.

Локтевой кольцевой узор, в котором между центром узора и дельтой находится от 17 и более, обозначается числом 6.

Иногда один или несколько пальцев отсутствуют на отпечатке пальца или узоры на пальцах повреждаются настолько, что невозможно определить характер их структуры. При вычислении отпечатка пальца эти пальцы обозначаются цифрой 0.

На основе формул отпечатков пальцев систематизируются дактилоскопические карты, в которых легко найти нужную карту с помощью формул и, по ее словам, идентифицировать человека (ранее подвергнутого дактилоскопии), оставившего отпечатки пальцев на месте преступления. Но для производства опознавательной экспертизы необходимы образцы для сравнительного исследования (дактилоскопические карты) и сами отпечатки пальцев места происшествия, но для их сдачи на экспертизу необходимо их обнаружить, снять и зафиксировать.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Бастрыкин А. И.* Криминалистическое исследование следов / А. И. Бастрыкин. — СПб., 2012. С.163

2. *Белкин Р.С.* Криминалистика: Учебник / Р.С. Белкин. — М.: Юрид. лит., 2011. С.244.

3. *Колдин В.Я.* Идентификация и ее роль в установлении истины по уголовным делам / В.Я. Колдин. — М., 2011. С.30

4. *Ищенко Е.П., Топорков А.А.* Криминалистика: Учебник. Изд. 2-е, испр. и доп./Под ред. доктора юридических наук, профессора Е.П. Ищенко. М., "Инфра-М", 2005. С.256

5. *Яблоков Н.П* Криминалистика, 2003 © ЗАО «ЛексЭст», 2003.С.134.

MATHEMATICAL MODELS AND CALCULATIONS IN DISTINGULOSCOPY

Leukhina P.A.

Leukhina.polina@inbox.ru

Supervisor:ChugunovaA.A, teacher

Kazan Institute (branch) of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "All-Russian State University of Justice (RPA of the Ministry of Justice of Russia)", Kazan

Abstract. Sometimes future lawyers do not think about how important mathematics is in their profession. In general, mathematics is the science of structures, order and relationships, historically based on the operations of counting, measuring and describing the shape of objects. Mathematical objects are created by idealizing the properties of real or other mathematical objects and writing them in a formal language.

УДК

КОШИ И ЕГО ВКЛАД В МАТЕМАТИКУ

Ломаева Е.К.
lomayeva.k@bk.ru
Научный руководитель: В. И. Анфиногентов, доктор техн. наук, профессор
(Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ, Казань)

Аннотация. В данной статье говорится об известном математике О. Л. Коши. Его биографии и научных трудах. Статья рассказывает об основе теории функции комплексных чисел и об интегральной теореме Коши.

Введение

Кто такой Коши?

Огюстен Луи Коши – французский математик, который доказал теоремы исчисления бесконечно малых.

Коши родился в семье высокопоставленного французского муниципального служащего Луи-Франсуа Коши. У Огюстена было двое братьев: Александр Лорен и Южен Франсуа Коши.

Во время Французской революции отец юного ученого теряет работу, и семья переезжает в город Аркёй, где Огюстен получает начальное образование. Когда же политическая обстановка становится спокойней, семья Коши возвращается в Париж.

В Париже мальчика принимают в лучшую школу – Центральную школу Пантеона. За время учебы Огюстен получает немало наград за успехи в гуманитарных науках.

После же школы Коши решает получить профессию инженера. Набрав средний балл, мальчик поступает в Политехническую школу и выпускается из нее в 1807 году. Затем он поступает в Школу мостов и дорог, которую оканчивает с дипломом гражданского инженера.

В 1810 – 1813 г. Ученый работал инженером на строительстве Шербурского порта. Именно в это время Коши начал писать о своих научных исследованиях и с 1813 года он публикует свои первые статьи. Спустя 3 года молодой ученый представил исследование теории волн на поверхности тяжелой жидкости. В результате, Огюстен получил приз и приглашение о преподавание в три учебных заведения - Политехническая школа, Сорбонна и Колледж де Франс. Начиная с 1816 года, Коши работал преподавателем в Сорбонне.

После революции 1830 г. Ученый уехал за границу, так как хранил верность королю Карлу X, Коши был в эмиграции до 1838 года. Когда Огюстен вернулся во Францию, сохраняя неприязнь к республиканскому режиму, он отказался от всех государственных постов. И только в 1848 г. Коши согласился возглавить кафедру в Парижском университете «без условий», т. е. не давая присяги новому правительству, где проработал до самой смерти.

Достижения в науке

За свою жизнь Коши издал более 780 работ, в том числе труды, которые принесли ему славу и известность. Эти сочинения охватывали известные темы, включая теорию рядов, теорию чисел и комплексных переменных, теорию групп и подстановок, а также теорию функций, дифференциальных уравнений и определителей.

В своих работах он изъяснил принципы исчисления, развивая их с помощью пределов и непрерывности. Коши был первым, кто доказал теорему Тейлора. Помимо этого, ученый внес значительный вклад в исследования в области механики и кинетики. В одном из разделов физики, а именно в оптике, Коши разработал волновую теорию, а в области упругости ученый создал теорию напряжения.

В области математики, заслуга Коши заключается в развитии основ теории функций комплексных переменных, которые заложили Эйлер и Даламбер в XVIII веке. Ученый исследовал интеграл с комплексными пределами и подошел к необходимости геометрического представления переменных в виде точки, которая перемещается на плоскости по пути интегрирования; показал, что степенной ряд

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots \quad . \tag{1}$$

в комплексной области обладает кругом сходимости.

Коши доказал несколько теорем, которые позволили решать уравнения с комплексными переменными и с применением метода мажорант. Впоследствии на основе научных работ ученого возникла наука – теория функций комплексных чисел. Огюстен вывел численное самое сложное неравенство: среднее арифметическое чисел больше или равно их среднему геометрическому, при условии, что все числа неотрицательны:

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} \tag{2}$$

Всемирно известная формула была опубликована в 1821 г. За несколько десятков лет появилось множество доказательств, однако, именно Коши стал ее первооткрывателем. Ученый исписал несколько страниц сложнейшими выкладками, доказывая данную формулу.

В своей работе «Мемуары об определённых интегралах, взятых между мнимыми пределами», Коши определяет интеграл:

$$\int_{x_0 + y_0\sqrt{-1}}^{X + Y\sqrt{-1}} f(z)\,dz, \tag{3}$$

по аналогии с интегралом от функций действительного переменного, как предел интегральной суммы. Надо уточнить, что построение такой суммы, следует положить $x = \varphi(t)$ и $y = \zeta(t)$, $(x + ly = z)$, $\varphi(t)$ и $\zeta(t)$ – функции монотонные и непрерывные при $t_0 \leq t \leq T$, которые удовлетворяют условиям: $\varphi(t_0) = x_0$ и $\zeta(t_0) = y_0$, $\varphi(T) = X$, $\zeta(T) = Y$. Выбор такой функции эквивалентен некоторой кривой, которая соединяет точки (x_0, y_0) и (X, Y); Коши указывает на это в другом месте того же мемуара. Следовательно, определенный им интеграл $\int_{x_0 + y_0\sqrt{-1}}^{x + Y\sqrt{-1}} f(z)dz$ является интегралом некоторой кривой и посредством уравнений этой кривой $x = \varphi(t)$, $y = \zeta(t)$ сводится к определенному интегралу

$$\int_{t_0}^{T} \left[\varphi`(t) + \sqrt{-1}\,\zeta`(t)\right] \times f\left[\varphi(t) + \sqrt{-1}\,\zeta(t)\right]dt, \tag{4}$$

который сокращенно записывается в виде

$$\int_{t_0}^{T}(x^{`} + \sqrt{-1}\, y^{`}) f(x + \sqrt{-1}\, y) dt. \quad (5)$$

После это Коши формулирует теорему: «Если $f(x + \sqrt{-1}\, y)$ конечна и непрерывна для $x_0 \leq x \leq X$ и $y_0 \leq y \leq Y$, то значение интеграла не зависит от природы функций $x = \varphi(t)$ и $y = \zeta(t)$». Это и есть интегральная теорема Коши.

Для доказательства Коши использует производную от *f(z)* и опирается на непрерывность этой производной. Однако в формулировке теоремы не говорится про непрерывность производной. Это связанно с тем, что ученый был убежден в том, что непрерывная функция всегда дифференцируема, причем ее производная может стать разрывной только в тех точках, где сама функция разрывна.

Его убеждение основано на том, что в большинстве случаев, говоря о функциях, имеется в виду аналитические выражения, для которых существование производной вытекает из правил дифференциального исчисления. Связанное с этим убеждение в непрерывности производной от непрерывной функции покоится на восходящей к Эйлеру традиции рассматривать аналитические выражения как функции комплексного переменного.

Заключение:

Огюстен Луи Коши – французский математик, который опубликовал свыше 700 научных работ. Он работал над своими трудами вплоть до своей смерти и был удостоен высшей награды: признания и уважения со стороны научного общества. Работы Коши стали прорывом в области физики и математике. Величайший ученый решал самые сложные задачи своего времени. Данный доклад посвящен только малой части его трудов.

Однако уже эти результаты являются значительным вкладом в развитие математики и ее приложений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Биография Огюстена Луи Коши [Электронный ресурс]: URL https://obrazovaka.ru/augustin-louis-cauchy.html (дата обращения 29.12.2019)

2. Цыганкова А.А. Немного о Коши – математике и человеке / А.А.Цыганкова // Журнал «Психология и соционика межличностных отношений». – 2013 - №11. – С. 38 – 40.

3. Огюстен Луи Коши (биография). [Электронный ресурс]: URL: https://calculator888.ru/blog/biografiya/koshi.html (дата обращения 29.12.2019)

4. Салтык И.П., Макарова А.В. Французский математик Огюстен Луи Коши: жизненный путь и вклад в науку // Материалы Всероссийской (национальной) научно – практической конференции. 2020. Инновации в научно – техническом обеспечении агропромышленного комплекса России. Ч.3. С. 293 – 305.

5. Маркушевич А.И., Очерк по истории теории аналитических функций, М. – Л., 1951

CAUCHY AND HIS CONTRIBUTIONS TO MATHEMATICS

Lomaeva E.K

lomayeva.k@bk.ru

Supervisor: V.I. Anfinogentov, Doctor of Technical Sciences, Professor

(«Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI(KNRTU-KAI)», Kazan)

Abstract: This article talks about the famous mathematician O.L. Cauchy. His biographies and scientific works. The article tells about the basis of the theory of the function of complex numbers and about the Cauchy integral theorem.

УДК 001.891.572

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, КОТОРЫЕ СОЗДАЛА САМА ЖИЗНЬ

Маркова С.Н.

MarkovaSN@stud.kai.ru

Научный руководитель: С.В. Никифорова, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры специальной математики

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ, Казань

Аннотация. В статье рассмотрены возможности математического моделирования в повседневной жизни человека. Анализируются некоторые примеры из жизни, в которых принятие решений было основано на применении теории игр, теории вероятностей, а также метода Монте-Карло.

В каждой профессии человек, прежде всего, должен знать свое дело. На работе людям постоянно приходится принимать решения, выбирать наилучший способ действия из всех возможных. Например, агроному приходится решать, когда лучше всего убирать урожай; врачу – стоит ли идти на риск хирургической операции; рабочему – как изготовить большее количество деталей отличного качества и т.д. Очевидно, что рано или поздно сама жизнь заставляет нас развивать умение ориентироваться в сложной обстановке и принимать быстрые и правильные решения. В повседневной жизни буквально на каждом шагу человек решает, как лучше поступить, какой порядок действий совершить. Вышел он на прогулку, а на небе тучи: нужно решить, взять зонт или не стоит. Собирается студент поехать в университет: снова требуется принять решение, как удобнее и быстрее – на автобусе или пешком. И даже просто переходя улицу, человек решает, как это сделать безопасно и быстро.

Каждый из нас из своего личного опыта знает, что найти наилучшее решение далеко не просто: нужен определенный расчет. Обычная математика решает задачи, в которых результат от случая к случаю не меняется, и поэтому его можно рассчитать. Если для задачи не существует определенного, точного ответа на каждый случай, тогда на помощь приходит математическое моделирование. Математическое моделирование – исследование объектов познания на их моделях; построение и изучение моделей реально существующих объектов, процессов или явлений (физических, химических, биологических, социальных) с целью получения объяснений этих явлений, а также для предсказания явлений и улучшения их характеристик [1]. В настоящее время трудно указать область человеческой деятельности, где не применялось бы моделирование. Разработаны, например, модели производства автомобилей, выращивания пшеницы, функционирования отдельных органов человека, жизнедеятельности Азовского моря, последствий атомной войны. В перспективе для каждой системы могут быть созданы свои модели, и поэтому многие ученые считают, что перед реализацией каждого технического или организационного проекта должно проводиться моделирование [2].

Меня заинтересовало моделирование в повседневной жизни человека: анализ моделей жизненных ситуаций, в которых необходимо принять правильное решение. В своей работе я буду полагать, что моделирование – это особый метод познания окружающего мира, который относится к общенаучным методам [10, с. 14-15]. Исследователями установлено, что познание мира реализуется через познание реального и умозрительного миров (Рис.1).

Рисунок 1. Общий метод познания мира.

Таким образом, представления людей о реальном мире основаны, во-первых, на процессе наблюдения: человек описывает поведение объектов и возникновение явлений. Во-вторых, человек пытается найти причину такого поведения или объяснить явление. В третьих, теоретическое моделирование позволяет составить прогноз поведения объекта или развития явления в будущем. Итак, математическое моделирование прочно вошло не только в точные науки такие, как биология, физика, химия и др.; в мир профессий, но также и в повседневную жизнь человека.

Модель №1 «На распутье». Однажды мы всей семьей поехали в Казахстан. После долгого пути мы остановились у дорожного перекрестка, где шоссе разветвлялось, и решили спросить у дорожных рабочих, как держать путь дальше к цели нашего путешествия. Первый рабочий сказал, что дорога хорошая, можно ехать прямо и через час быть на месте; второй сообщил, что дорога разбита, и мы будем ехать по ней часов пять. Первый рабочий настаивал, что можно ехать прямо, т.к. дорогу уже почти отремонтировали. И мнения совсем разделились, когда третий рабочий сообщил, что есть объездная дорога, путь по которой займет часа четыре. Ситуация очень напоминала известного героя с картины «Витязь на распутье» художника В.В. Васнецова. С одной стороны, большинство голосов было за то, что прямая дорога разбита, с другой, что очень долго объезжать. Стоило ли рисковать и ехать напрямик? Принять одно из двух возможных решений в неопределенной обстановке было сложно, но надо было ехать вперед, и поскольку большинство голосов было за то, что дорога разбита, было решено ехать в объезд.

А оказалось, что подобного рода задачи можно решить с математической точки зрения. Тому как в сложной, неопределенной обстановке без лишнего риска прийти к наилучшему результату учит *теория игр* – математический метод изучения оптимальных стратегий в играх. Под игрой понимается процесс, в котором участвуют две и более сторон, ведущих борьбу за реализацию своих интересов [3]. Каждая из сторон имеет свою цель и использует некоторую стратегию, которая может вести к выигрышу или проигрышу – в зависимости от поведения других игроков. Исследование стратегий принятия решений участников игры в условиях неопределенности – ключевой вопрос теории игр. Теория игр – это раздел прикладной математики, как самостоятельная дисциплина, история которой начинается в 1944 году, когда Джон фон Нейман и Оскар Моргенштерн опубликовали книгу «Теория игр и экономическое поведение». Методы теории игр находят применение в экономике, социологии, психологии.

Таким образом, путешествуя, мы сами того не подозревая, вступили в «игру» с природой: у нас было два возможных пути – прямо и в объезд; природа, выступая в образе дороги, также имела два типа – разбита и отремонтирована. Введу понятие достоверности полученных нами сведений: два человека из трех нам сказали, что дорога разбита; один из трех сказал, что дорога отремонтирована (Таблица 1).

Таблица 1.

		Разбита (2 из 3-х голосов)	Отремонтирована (1 из 3-х голосов)
Мы на перекрестке	Дорога прямо	5 часов	1 час
	Дорога в объезд	4 часа	4 часа

Значит, чтобы вычислить время движения по прямой дороге с учетом достоверности информации, надо умножить время движения на вероятность. Получим: 5*(2/3)+1*(1/3)=11/3, т.е. $3\frac{2}{3}$ часа. Дорога в объезд, соответственно, займет: 4*(2/3)+4*(1/3)=12/3, т.е. 4 часа. Таким образом, мое исследование определило, что принятое нами решение о пути в объезд было неверным.

Следующий пример из жизни совершенно точно убедил меня в том, что очевидное с первого взгляда решение далеко не всегда оказывается правильным.

Модель №2 «Выключенный утюг». Несколько лет назад моя семья на летние каникулы решила поехать в Москву на поезде. За несколько минут до отхода поезда маме показалось, что она забыла дома выключить утюг. А может быть, и нет? Поезд вот-вот тронется, никто не знал, что делать. Можно было прогнать сомнения и ехать, но мама вряд ли бы смогла спокойно заснуть: если утюг остался включен, то он, скорее всего, сгорит, надо будет покупать новый, и хорошо еще, если обойдется без пожара. Но ведь тревога могла оказаться ложной, и тогда пропал бы билет на поезд, т.к. кто-то один должен был вернуться и выключить утюг (Таблица 2).

Таблица 2.

		Утюг с парогенератором	
Мы забывчивые		выключен	включен
	Домой	8 000 руб. (билет)	8 000 руб. (билет)
	В Москву	0 рублей	10 000 руб. (утюг)

Возвращение домой оказывается самым правильным решением или надежным ходом в игре. Только в этом случае мы могли быть уверены, что ущерб ни при каких обстоятельствах не будет больше 8000 руб. Мы выяснили, что в теории игр в таких случаях говорят, что игра имеет *седловую точку*, в которой промежуточные результаты выводятся в оптимальные стратегии и решения [4]. Таким образом, в поисках наилучшего решения всегда возможно прийти к вполне определенному результату.

Меня также заинтересовал вопрос: что делать, если при решении жизненных ситуаций результат заранее точно предсказать невозможно, т.е. итог может неожиданно меняться по воле случая. Так произошло знакомство с математикой случайностей – *теорией вероятностей*. Теория вероятностей оказывается незаменимой, когда приходится иметь дело с многократно повторяющимися явлениями. Она нужна, например, при составлении прогноза погоды, при определении возможного производственного брака и т.д. [5].

Счастливый билет. Известно, что многие дети собирают трамвайные и троллейбусные билеты в поисках «счастливого билета», т.е. билета, в котором суммы трех первых и трех последних цифр равны. Мне стало интересно, сколько же нужно взять билетов, чтобы среди них оказался «счастливый». В исследовании вопроса о том, сколько в принципе существует «счастливых» шестизначных чисел от 000 001 до 999 999, мне помогла компьютерная программа, написанная на языке программирования, как Delphi, которая вычисляла количество «счастливых» билетов *методом перебора.* Этим методом можно решать задачи, в которых исследуются свойства конечного набора каких-либо чисел или других объектов [6]. Итак, я выяснила, что количество «счастливых» билетов равно 55 251. Таким образом, получена формула вероятности получения «счастливого» билета:

$$\frac{\text{число счастливых билетов}}{\text{общее число билетов}}\times 100\% = \frac{55251}{999999}\times 100\% = 5,5\%.$$

Если собрано большое количество билетов, то для простоты расчетов можно отсчитать 100 случайных билетов и проверить их: вероятность «счастливого» билета составит примерно 5-6 штук. Теперь можно вычислить, как часто попадается «счастливый» билет: $\frac{100\%}{5,5\%}\approx 18$, т.е. в среднем каждый 18-й билет является «счастливым». Таким же способом можно высчитать, сколько нужно взять лотерейных билетов, чтобы получить выигрыш: билетов потребуется очень много. С практической точки зрения, эти знания могут пригодиться, например, когда школьник решает сложные задачи по математике. Сколько раз нужно проверить работу, чтобы быть уверенным в успехе? Если допустить, что за один раз мы обычно находим половину ошибок, т.е. 50%, тогда для того чтобы желаемая вероятность успеха была 80%, нужно проверить работу дважды, что и делает большинство трудолюбивых учеников в школе. Тот, кто проверяет работу один раз, может рассчитывать лишь примерно на 60% успеха.

Слониха Бэтти. В процессе изучения литературы я встретила интересный исторический факт о том, как во время Великой Отечественной войны погиб единственный в г. Ленинграде слон [7]. В зоопарке рядом с вольером слонихи Бэтти разорвалась одна из трех фугасных бомб, сброшенных с немецкого бомбардировщика. Если разделить площадь слона на площадь Ленинграда, то вероятность попадания получится ноль, но бомба все-таки попала. Почему так произошло, мне помогла объяснить также теория вероятностей. В районе, где находился зоопарк, было расположено несколько мостов. Мост – важный военный объект и, предположим, немецкие летчики целились с середину одного из мостов. Понятно, что также как при стрельбе по мишени, большая часть бомб (а их сбрасывали сотни и тысячи) взорвется где-то недалеко от моста. Вот в это огненное кольцо и попал единственный в городе слон [7].

Метод Монте-Карло. С математическим моделированием случайных величин тесно связан метод Монте-Карло. В нем вероятность оценивается путем проведения эксперимента большого числа раз и подсчета числа удачных исходов. Метод был изобретен Джоном фон Нейманом и Станиславом Уламом во время Второй мировой войны с целью улучшения процесса принятия решений в условиях неопределенности [8]. Суть метода в генерировании определенного количества случайных величин, отвечающих установленным критериям, а затем на их основе вычисляют приблизительное значение искомой величины. Так, используя этот метод, я провела следующий эксперимент: попыталась составить прогноз весеннего вскрытия реки Томь в г. Томске, т.е. определить дату начала ледохода. Для этого я собрала случайные числа, названные окружающими, разделила на количество опрошенных, вычислив среднее арифметическое результатов, получила среднюю ожидаемую дату – 19 апреля. Отмечу, что метод Монте-Карло требует большого числа испытаний, поэтому его часто называют методом статистических испытаний [10, с. 60].

Для людей, которые много путешествуют, актуальным представляется вопрос, определенный термином «овербукинг» – это когда авиакомпании продают билеты, необеспеченные местами в самолете, в расчете на то, что на каждый рейс обычно опаздывают не менее 10% купивших билеты пассажиров [9]. Именно математическое моделирование продаж дополнительных билетов определяет процент согласных на денежную компенсацию пассажиров и имеющих возможность лететь следующим рейсом, а также процент пассажиров, готовых решать вопрос с перелетом самостоятельно, если им вернут деньги за неиспользованный билет и выплатят дополнительную компенсацию.

В качестве основных результатов проделанной работы можно отметить следующие положения: освоены начальные ключевые принципы математического моделирования; изучены некоторые элементы теории вероятностей, теории игр, метода Монте-Карло;

представлены модели жизненных ситуаций, демонстрирующие «возможности» математического моделирования в реальной жизни.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/1028588 //Словари и энциклопедии на Академике.
2. Аюпов, В.В. Математическое моделирование технических систем: учебное пособие / В.В.Аюпов; М-во с.-х. РФ, федеральное гос. бюджетное образов. учреждение высшего образования «Пермская гос. с.-х. акад. им. акад. Д.Н. Прянишникова». – Пермь : ИПЦ «Прокростъ», 2017. – 242 с.
3. https://function-x.ru/games_theory_examples.html // Математическая теория игр.
4. А.Г. Кремлев, Основные понятия теории игр. Екатеринбург, 2016г.
5. http://ilib.mccme.ru/djvu/bib-kvant/teorver.htm// Введение в теорию вероятностей.
6. http://www.ega-math.narod.ru/Quant/Tickets.htm#A5// «Квант», № 8 (1989), с.42
7. http://www.zoopicture.ru/spbzoo-vo-vremya-blokady/ Ленинградский зоопарк во время блокады.
8. https://www.ibm.com/ru-ru/cloud/learn/monte-carlo-simulation // Моделирование методом Монте-Карло.
9. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%B2%D0%B5%D1%80%D0%B1%D1%83%D0%BA%D0%B8%D0%BD%D0%B3 // Овербукинг.
10. Звонарев С.В. Основы математического моделирования.// Учебное пособие. – Екатеринбург.– 2019.

MATHEMATICAL MODELS THAT THE LIFE ITSELF HAS CREATED

Markova S.N.

MarkovaSN@stud.kai.ru

Supervisor: S.V. Nikiforova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent of the Department of special mathematic

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI, Kazan

Abstract. The article deals with the possibilities of mathematical modeling in everyday human life. Some examples from life, in which decision-making was based on the application of game theory, probability theory, as well as the Monte Carlo method, are analyzed.

УДК 3054

РОЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПСИХОЛОГИИ В ГУМАНИТАРНЫХ НАУКАХ

Мокеева И.О.

ilinamokeeva@gmail.com

Научный руководитель: Чугунова А А., ст. преподаватель

Казанский институт(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Всероссийского государственного университета юстиции (РПА Минюста России)", г. Казань

Аннотация. В статье рассматривается роль математической психологии в гуманитарных науках. Описываются этапы и стадии математизации психологического знания.

Какова роль математики в гуманитарных науках?

Над этим вопросом задумывались многие учёные в 70-е - первой половине 80-х годов, однако в настоящее время достаточно редкая тема дискуссий.

Рассмотрим работы, содержащие (в простейшем виде) математические модели ряда психических процессов.

Одна из работ была проделана Г.Т. Фехнера «Элементы психофизики», содержащая первые применения методов анализа к процессу восприятия, работа Г. Эббингауза, в ней впервые описана кривая обучения. Впервые термин «математическая психология» прозвучал в 1822 г. в докладе И.Ф. Гербарта. А в 1850 г. его ученик М.И. Дробиш опубликовал книгу «Первоосновы учения о математической психологии», в которой была попытка обосновать создание математической психологии как теоретической науки.[1]

В начале XX в. стремительными темпами формируется экспериментальная психология. Накапливается огромный эмпирический материал, возникает потребность в его представлении, обработке также интерпретации данные же года в высших учебных заведениях Соединенных штатов Америки вводится официальный курс статистические методы. Эксперты возвращаются к исследованию математической психологии.

В свою очередь, в 50-60-е гг. прослеживается рост математизации психологического познания, повергнувшая к оформлению особой психологической дисциплины — математической психологии.

Многие ученые-специалисты, зачастую используют определенные математические термины, такие как непрерывность, случайность, дискретность, линейность, многомерность, бесконечность, информация и т.п.

У любой науки есть ряд стадий, рассмотрим их:

Первая стадия «экспериментальное исследование», (период с конца XIX до начала XX в.); в это время были разработаны различные модели поведения с использованием теории автоматов и теории игр и др.

Вторая стадия (период 1940-1950-х годов) разработкой моделей психических процессов и поведения человека с использованием математического аппарата.

Третий этап (с 1960-х годов по настоящее время) «математическая психология как отдельная психологическая дисциплина»[2].

Математическая психология нередко определяется математическими методами, которые ложны. Надо сказать, что математическая психология и математические методы так же взаимосвязаны с теоретической и экспериментальной психологией.

Объектами математической психологии считаются индивидуальные, также коллективные субъекты, которые содержат психические особенности, концепции и математические модели.

Предметом считается разработка, также использование аппарата с целью соответственного прогнозирования имеющих психологическими свойствами.

Методом является - математическое моделирование.

Одно из мнений состоит в том, что язык математики - это специфический формальный язык. Это "язык и логика вместе". Представление результатов исследований в виде математических моделей помогает анализировать проблемы и получать возможные последствия утверждений, сформулированных автоматически благодаря развитию математического формализма.

Математические модели в психологии по методам исследования операций, в основном можно разделить на:

а) детерминированные, в которых используются:

• теория графов;

• геометрическое моделирование;

б) стохастические, в которых используются:

• теория вероятности;

• теории игр;

в) синергетические [3,4].

Математика помогает психологам в разнообразных сферах.

В научных сферах исследований - анализ, ряд гипотез на функционирование психики.

В прикладных исследованиях математические методы помогают анализировать взаимосвязь между различными видами деятельности и условиями, их непосредственное применение в жизни человека. На практике данные методы применяются непосредственным внедрением, например, диагностика психики и качество её функционирование.

Для решения теоретических и прикладных задач психологи используют типологию методов, которые подразделяются на следующие группы:

1. Методы феноменологизации и концептуализации;
2. Методы исследования и диагностики: наблюдение, опрос, эксперимент, анализ продуктов деятельности, тесты, экспертные оценки, моделирование;
3. Методы обработки и интерпретации данных;
4. Методы психокоррекции и психотерапии;
5. Методы мотивирования и управления;
6. Методы обучения и развития;
7. Методы конструирования и творчества [5].

Математические методы в психологии применяются с целью обрабатывания сведений, и исследований закономерностей среди них. Для формирования сведений применяются новейшие сегменты: теории психологических измерений, разработка и применение методов, внедрение компьютерного моделирования с целью исследования эмоциональных реакций и коэффициента интеллекта. Возникают и новые направления, к примеру, общность технического разума и точной психологии, выявление количественных данных.

Даже простое изучение не обходится без математической обработки информации. Обрабатывание информации может производиться вручную, и так же с использованием специальных программ. Конечный итог может выглядеть как таблица, либо же – графически.

Любой эксперт, работающий в системе образования преподавателем, должен обладать знаниями о математических методах также иметь навык использовать их в практике.

В естественнонаучном образование студентов гуманитарных наук должно осуществляться с учетом математической психологии. Образовательную программу стоит составлять так, чтобы в будущем студент-выпускник применял свои знания в практике. Программа должна не только вкладывать знания в студентов, но и заинтересовывать их к более глубокому изучению. Помочь выстроить логическое поведение, а также умение неоднозначно подходить к решению.

Безусловно, студенты бывают разные. Человек, который хочет получить знания и уметь ими пользоваться, сделает всё от себя необходимое.

Если образовательная система выстроит план обучения, а педагогический состав направит для раскрытия потенциала студентов, то в нашей стране будет больше компетентных работников.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Головина Г. М., Савченко. Т. Н.* Методы исследования динамики структур психологического знания. Методы исследования психологических структур и их динамики. М., 2019. С.135.

2. *Ермолаев О.Ю.* Математическая статистика для психологов: учебник / О.Ю. Ермолаев. - М.: Моск. психолого-социал. ин-т, 2015. С.213.

3. *Савченко Т. Н.* Динамика взаимодействия психических систем: подходы и модели//Психологический журнал. 2017. №3. С. 45-56.

4. *Керимов Д.А.* Общая теория государства и права (предмет, структура и функции). М., 2017.С.53.

5. *Рогова Е.И.*. – Психология для студентов вузов. М. - Ростов-на-Дону : Издательский центр «МарТ», 2005. С.160

THE ROLE OF MATHEMATICAL PSYCHOLOGY IN THE HUMANITIES

Mokeeva I.O.
ilinamokeeva@gmail.com
Supervisor:Chugunova A.A, teacher
Kazan Institute (branch) of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "All-Russian State University of Justice (RPA of the Ministry of Justice of Russia)", Kazan

Abstract. The article examines the role of mathematical psychology in the humanities. The stages and stages of the mathematization of psychological knowledge are described.

УДК 3054

РЕШЕНИЕ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ В КРИМИНАЛИСТИКЕ

Муртазина А.И., Сафина Д.Т
murkina2405@gmail.com
Научный руководитель: Чугунова А А., ст. преподаватель
Казанский институт(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Всероссийского государственного университета юстиции (РПА Минюста России)", г. Казань

Аннотация. В данной статье рассматриваются прикладные задачи в криминалистике, их разновидности, способы решения и их актуальность на сегодняшний день.

Криминалистика - дисциплина о технических средствах, тактических способах, методах и приёмах, которые используют с целью исполнения установленных уголовно-процессуальным законодательством операций для изучения, фиксирования, раскрытия, обнаружения, накапливания обоснований, для предотвращения и обнаружения правонарушенийи.[1]

Криминалистика возникла, сформировалась и развивается как наука уголовно-правового цикла, которая стоит на страже с преступностью. Социальное назначение криминалистики заключается в том, что она на базе научных исследований и прикладных разработок дает в распоряжение следователей, дознавателей, прокуроров, судей, оперативных работников, экспертов-криминалистов эффективные и апробированные практикой средства, приемы и методы раскрытия, расследования и предупреждения любых преступных посягательств.[3]

Казалось бы, что криминалистика и математика никак не связаны друг с другом, но в нашей работе мы попытаемся доказать обратное. В современном мире криминалист — это довольно-таки важная профессия. Существуют ситуации и проблемы, которые в силах решить только криминалист.

Криминалистика тесно связана с другими науками, например, с наукой уголовного процесса. Наука уголовного права устанавливает объект доказывания согласно определенному уголовному делу, в отсутствии навыков которого неосуществима разработка способов расследования преступления.

Криминалистику многое связывает с точной наукой - математикой. В криминалистических исследованиях используются арифметические и алгебраические действия, такие как доли, проценты, пропорции. Арифметические и геометрические прогрессии применяют в расчетах задач, которые включают очередность взаимозависимых характеристик, явлений и процессов.[2]

Решение прикладных задач в криминалистике играет огромную роль, в особенности в технике криминалистики, которая изучает технические способы и средства работы с конкретными аргументами. Через прикладные задачи можно закрепить материальные мотивы и следы правонарушений (преступлений), а также заполучить численные сведения о них. Для решения прикладных задач при проведении разнообразных вычислений и построений необходимо ссылаться к геометрическим методам (например, в судебной измерительной фотографии). Также, геометрия играет важную роль в решении задач кодирования и распознавания графической информации. [4]

При вводе любой графической информации о разных материях криминалистических экспертиз в компьютер, она кодируется (рис.1). На базе способов кодирования реализованы индивидуальные последовательности (алгоритмы) для анализа и распознавания, отличных по трудности и находящихся в разных положениях и ракурсах следов и объектов. Данные этапы осуществлены как компьютерные автоматизированные информационно-поисковые системы следов.

Рис.1

Рассмотрим задачу на основании применения геометрического способа (рис.2).Допустим, с четвёртого этажа пятиэтажного дома №5 ул. Ленина произошёл выстрел. Пуля прилетела в стекло соседнего дома 2-ого этажа. Для криминалиста поставлены задачи: вычислить дистанцию выстрела MN и высоту ML, откуда произошёл выстрел. Установлено, что расстояние между домами 500 метров, расстояние между полом и дырой в стекле AB=1,6м, BN=3м

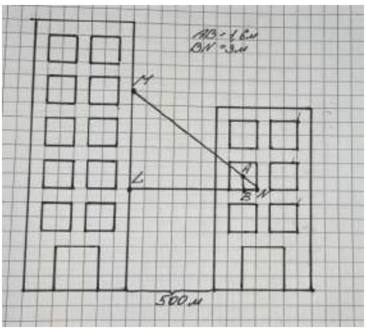


Рис.2

Решение: 1) треугольники подобны, составим пропорцию

ML: AB=LN:BN, следовательно

ML=1,6•503:3=268,27

MN найдём по т. Пифагора

$MN^2=268{,}27^2+503^2$

Получаем: 570,07 метров

Ответ: дистанция выстрела MN = 570,07 м.

Высота выстрела ML=268,27 м.

Подобным образом проанализируем аналитический способ решения задач. При изучении движения снаряда гладкоствольного оружия специалист в области криминалистики устанавливает, согласно повреждениям на преграде, расстояние выстрела (рис.3). В процессе установления экспертами из данного образца оружия совершается ряд выстрелов по разным мишеням, которые находятся на разном расстоянии L от дульного среза ствола. Рассеяние дроби оружия с приростом расстояния выстрела возрастёт, следовательно, масштабы осыпей дроби для установленных дистанций L. Далее для каждого из расстояний устанавливают наибольшие и наименьшие масштабы повреждения, подходящие малой и большой оси эллипса. Согласно известной нам длине осыпи дроби с зоны, где произошло событие N, устанавливают наибольше и наименьше вероятные расстояния выстрела, выстроив графики соотношений max (L) и min (L). (Рис.3)

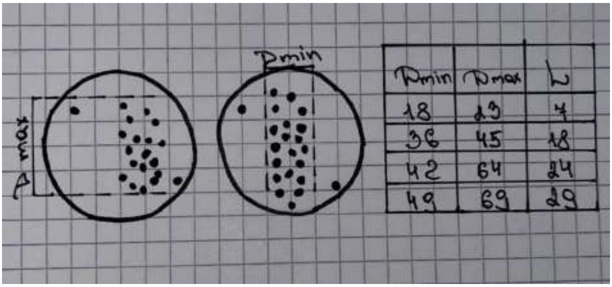


Рис.3

Таким образом, в нашей работе мы изучали и рассматривали то, как связаны прикладные задачи в области криминалистики с математической наукой.

В заключении, хотим сказать, что мы изучили и рассмотрели то, как прикладные задачи связаны с математикой. Мы, глубоко погрузившись в работу, с удовольствием решали и изображали данные задачи. Статья ещё раз доказывает нам то, что криминалистика тесно связана с математикой. Проводя данное исследование, мы научились не только правильно применять терминологию, но и владеть практическими навыками в решении данных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Перельман Я.И.* Занимательная алгебра. Занимательная геометрия / Издательство - АСТ, 2017 г. – С. 305
2. *Курин А. А.*Математические методы в криминалистической экспертизе: курс лекций. Волгоград: ВА МВД России, 2018 г. – С. 83
3. *Петров М.И.* Криминалистика: курс лекций/ М. И. Петров. – Издательство «Экзамен», 2017 г. С. 156
4. *Ищенко Е.П.* Криминалистик. Издательство АСТ-МОСКВА, 2018 г. С. 12

SOLVING APPLIED PROBLEMS IN CRIMINOLOGY

Murtazina A.I., Safina D.T.
murkina2405@gmail.com
Supervisor: Chugunova A.A, teacher
Kazan Institute (branch) of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "All-Russian State University of Justice (RPA of the Ministry of Justice of Russia)", Kazan

Abstract. This article will consider applied problems in criminology, their varieties and solutions, how they can help in criminology, as well as their relevance today.

УДК 519.673

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЫМОВОЙ ТРУБЫ БОЛЬШОГО ДИАМЕТРА С ВЫСОКИМ ЧИСЛОМ РЕЙНОЛЬДСА

Мухаметов А.Н., Абдуллов Т.С.

aidar-10-10@yandex.ru, abdullov.1966@mail.ru

Научный руководитель: З.Я. Якупов, к.ф.-м.н., доцент

(«Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ» (КНИТУ-КАИ), г. Казань)

В данной работе изучены характеристики потока дымовых газов, которые были получены при помощи CFD решателя с открытым исходным кодом OpenFoam. Установлено, что из-за конфигурации дымовой трубы наблюдаются вихревые (турбулентные) потоки, влияющие на профиль скорости.

Введение

Измерение расхода в дымовых трубах является важной частью определения годовых массовых выбросов загрязняющих веществ, направляемых в атмосферу. Постановление правительства РФ от 16.11.2020 г. № 1847 устанавливает пределы допускаемой погрешности измерения скорости газопылевых потоков в $\pm 25\%$. Чтобы соответствовать требованиям о учете показателей выбросов, на дымовые трубы устанавливают расходомеры. Неравномерный диаметр трубы, местные сопротивления и сложная геометрия влияют на полученные показания расходомеров.

В данной работе анализируются профили скорости при различной ориентации измерительного луча, рассчитывается ошибка измерения расхода ультразвуковым расходомером.

CFD–моделирование

В данном исследовании рассматривается часть дымовой трубы, с возможностью установки расходомера. Геометрия в общем виде представляет собой сужающийся конус с диаметром основания 8.4 м, и диаметром выходного отверстия 8 м. Подводящая труба расположена у основания, в поперечном сечении – прямоугольник, и представляет из себя сложное соединение, имитирующее реальный производственный объект (рис. 1).

В данной исследовании рассматривается скорость поля на входе 3.4 м/с, которая соответствует числу Рейнольдса (Re) равному $1.2 \cdot 10^6$. Из выходного отверстия трубы газ попадает в атмосферу.

Бесплатное ПО с открытым исходным кодом OpenFoam содержит все необходимые инструменты для создания CFD – модели. Вычислительная сетка представляет собой неструктурированную сетку, созданную в инструменте *blockMesh* в OpenFOAM. Несколько плотностей сетки были проверены до достижения параметров сходимости сетки, здесь под сходимостью сетки понимается достижение постоянности исследуемой переменной с изменением плотности сетки.

Поток рассчитывается как стационарный несжимаемый вязкий турбулентный поток без тепловых эффектов, используется решатель *simpleFoam* в OpenFOAM. Рассмотрены несколько типов моделей турбулентности RANS [1], прежде чем была запущена симуляция, CFD модель была проверена путем сравнения с экспериментальными данными согласно [2]. Для моделирования была выбрана модель турбулентности $k-\omega$ SST [3].

Давление зафиксировано на выходе и имеет нулевой градиент на входе и стенках. Значение полей турбулентности k и ω зафиксированы на входе и соответствуют интенсивности турбулентности, равной 4%. Пристеночная функция применяется для стенок и к нормали градиента на выходе.

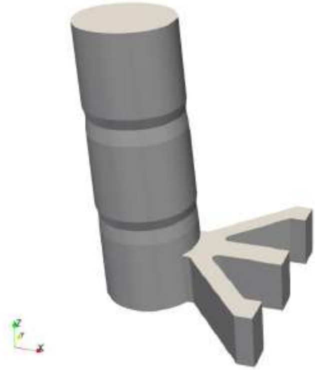


Рис. 1. Геометрия дымовой трубы

Характеристика профиля потока

Стандарт [4] определяет некоторые характеристики профиля потока. Характеристика профиля потока в стандарте относится к профилям потока на линии отбора, где скорость может быть измерена. Преимущество CFD модели в том, что она дает поле скоростей в полной геометрии, и можно определить характеристики профиля потока, используя полное поле скоростей в плоскостях, заданных разрезами в трубе на определённой высоте, вместо использования скоростей только на линии отбора. На рис. 2. показана вихревая структура, сгенерированная подводящей трубой. Наблюдаются два завихрения, вращение которых направлено противоположно друг другу. Участок взят на высоте 32.5 м над основанием трубы и в случае изменения скорости вид завихрения остается тем же. На рис. 3. показаны нормированные профили скорости на высоте 17.5 м от основания трубы. Данная высота определена наличием зон установки и крепления метрологического оборудования. Наблюдаются сильные деформации потока; множественные зоны отрыва потока создают обратные вихревые течения.

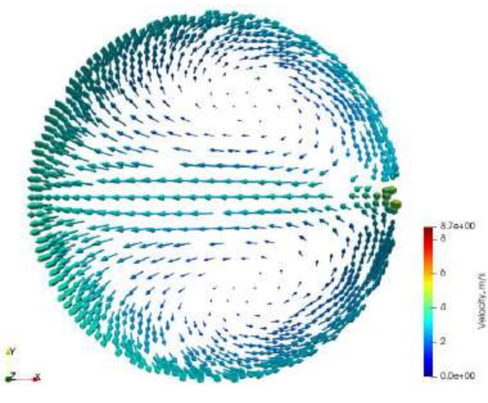


Рис. 2. Структура вихря на выходном канале

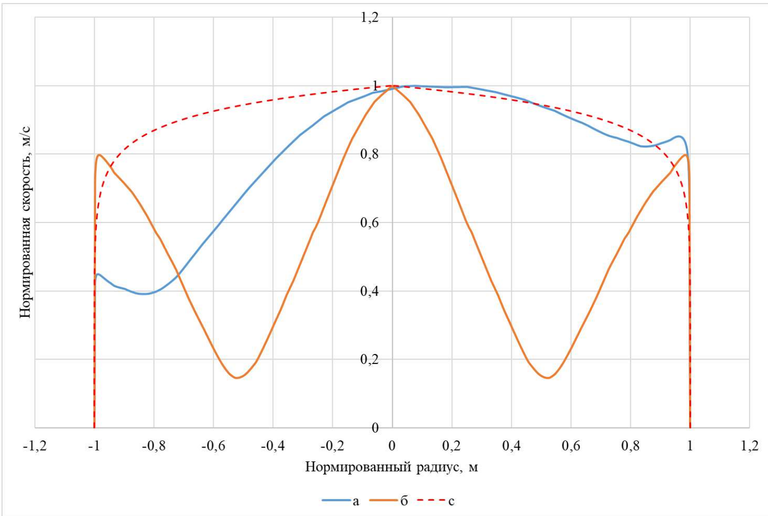


Рис. 3. Сравнение профилей скорости (а) вдоль подающей трубы, (б) поперек подающей трубы, (с) теоретический профиль скорости

Результаты

Для верификации и валидации построенной модели, и для независимости решения от размера сетки были использованы стандарты [1, 2]. Использованная модель k - ω SST при CFD–моделировании способна рассчитывать турбулентные течения с высоким числом Re. Используя формулы для расчета средней скорости потока газа вдоль акустического пути, согласно [4], сравниваем среднюю скорость полученных профилей с теоретическим значением. Итоговая погрешность измерения скорости смоделированного расхода от теоретического находится в диапазоне $\pm 45\%$ при установке расходомера поперек подающей трубы, и $\pm 25\%$ при установке расходомера вдоль подающей трубы.

Заключение

Рассмотрены две вариации установки расходомера в дымовой трубе при помощи CFD-моделирования в ПО OpenFoam. Анализ полученных профилей скорости показывает, что в данной конфигурации высоты в 17.5 м недостаточно для развития потока, в связи с чем получаются высокие показатели погрешности. На основании данного анализа турбулентного течения в дымовой трубе можно оптимизировать место установки ультразвукового расходомера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. ГОСТ Р 57700.8-2018 Численное моделирование физических процессов численное моделирование дозвуковых течений вязких жидкостей и газов. Верификация ПО

2. ГОСТ Р 57700.17-2018 Численное моделирование физических процессов численное моделирование дозвуковых течений вязких жидкостей и газов. Валидация ПО

3. Расчет многоканальной диафрагмы на измерительном трубопроводе. Физико-математические, естественно-научные и социальные аспекты современного развития науки, техники и общества: материалы I Городской молодёжной научной конференции. Казань. – 56 – 58 с.

4. ГОСТ 8.611-2013 Расход и количество газа. Методика(метод) измерений с помощью ультразвуковых преобразователей расхода.
5. Mirosław Kabaci´nski, Janusz Pospolita. Effect of Distortion in Velocity Profile on Flow Measurements Using Averaging Flow Sensors. Sensors 2020, 20, 2839

NUMERICAL SIMULATION OF A LARGE DIAMETER CHIMNEY WITH A HIGH RE NUMBER

Mukhametov A.N., Abdullov T.S.
aidar-10-10@yandex.ru, abdullov.1966@mail.ru
Supervisor: Z.Ya. Yakupov, Ph.D of Physico-mathematical Sciences, Docent
(Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev – KAI, Kazan)

In this article, the flue gas flow characteristics were studied using the open source CFD solver OpenFoam. It is established that due to the configuration of the chimney, eddy (turbulent) flows are observed that affect the velocity profile.

УДК 3054

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ЮРИДИЧЕСКОЙ НАУКЕ

Носова С.А.
sofya.nosova.12345@gmail.com
Научный руководитель: Чугунова А А., ст.преподаватель
Казанский институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Всероссийского государственного университета юстиции (РПА Минюста России)", г. Казань

Аннотация. В работе рассмотрены математические методы такие, как математическая логика, моделирование, анализ, теория вероятностей. Они успешно применяются в юридической науке. Я хочу показать, что математика в жизни юриста необходима. Великие люди делали и, я надеюсь, будут делать открытия в этих удивительно интересных науках.

Математика - формальная наука, которая изучает различные свойства и взаимосвязь между такими абстрактными объектами, как числа, геометрические фигуры и символы. Слово "математика" имеет древнегреческие корни, оно означает "знание" или "изучение".

Юриспруденция — наука, изучающая свойства государства и права, совокупность правовых знаний, практическую деятельность юристов и систему их подготовки.

Математика в гораздо большей степени претендует на истину, нежели другая наука. Законы математики действуют независимо от времени, места и других факторов.

Применение средств и методов математической логики в правотворческом процессе позволяет:

1. Улучшить редакцию правовых норм, устранить нечеткие формулировки, упростить громоздкие структуры;
2. Исследовать нормативно-правовые акты на непротиворечивость;
3. Теория вероятностей тоже используется в юриспруденции. Достаточным будет упоминание того факта, что перед любым судебным разбирательством есть лишь вероятность вынесения того или иного решения судом.

Преступность представляет собой сложную динамическую систему. Поскольку она как система характеризуется множеством факторов, в частности уровнем, динамикой, структурой, а также связями с другими процессами, явлениями, факторами, то для достижения высокой степени познания такой системы необходимы глубокие и многогранные исследования, путь к которым открывает математическое моделирование, в том числе с помощью компьютерной техники. [3]

Годы подтвердили мудрость классика коммунизма К. Маркса, утверждавшего, что экономика это базис, а право лишь надстройка. На самом деле, право - не самостоятельно. Право - категория глубоко экономически детерминированная, право должно обслуживать экономическую реальность, оно должно, по крайней мере, ей соответствовать.[4]

В.П. Жарков с помощью средств математической логики, алгебры и иных средств описал задачу по назначению пенсий и осуществил работу по формализации норм пенсионного законодательства. [2]

Ю.Д. Блувштейн на основе исследования понятий теории множеств и иных средств современной математики рассмотрел вопросы количественного подхода к понятию преступления, человеческого поведения как вероятностной системы, структурно-динамических колебаний преступности, раскрыл с помощью статистических методов содержание ряда конкретных криминологических методик и принципы объяснения полученных результатов.[1]

При этом надо понимать, что теория вероятностей, теория игр, многофакторный анализ и прочие математические методы давно и успешно применяются в юридических исследованиях, преимущественно в уголовно-правовой сфере. Наш же интерес смещён в сферу правоотношений в социальной сфере, корпоративного права, обязательственных правоотношений и прочих правовых институтов.

Таким образом, достижения в области математики оказывают существенное влияние на развитие других наук и юриспруденция не исключение. Юристам-профессионалам будет все сложнее «удерживаться на плаву» без знаний математических методов. В настоящее время об использовании математических методов в юридической науки в подлинном смысле этого слова говорят тогда, когда математические методы начинают применяться не только для обработки результатов измерений и вычислений, но и для поисков новых закономерностей, построения глубоких теорий и особенно для создания специального форматизированного языка юриспруденции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Блувштейн Ю.Д.* Криминологическая статистика (статистические методы в анализе оперативной обстановки) М.: Издательство «Юрист», 2016. С.93

2.Жарков В.П., Зинченко В.Г., Иванов В.И., Москвин С.С. Применение некоторых математических методов в решении на ЭВМ задач по назначению пенсий // Правовая кибернетика. - М.: Наука, 2017. С. 68

3.*Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И., Шикин Е.В., и др.* - Вся высшая математика. Том 3.-Эдиториал УРСС ,2015. С.49.

4.*Павлюченко Ю.В.,. Хассан Н. Ш,. Михеев В. И.* Высшая математика для гуманитарных направлений: учебное пособие для бакалавров - 4-е изд.,перераб.и доп.. - М. : Юрайт, 2018. С.169

THE USE OF MATHEMATICAL METHODS IN LEGAL SCIENCE

Nosova S.A.

sofya.nosova.12345@gmail.com

Supervisor: Chugunova A.A, teacher

Kazan Institute (branch) of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "All-Russian State University of Justice (RPA of the Ministry of Justice of Russia)", Kazan

Abstract. The paper considers mathematical methods such as mathematical logic, modeling, analysis, probability theory. They are successfully applied in legal science. I want to show that mathematics is necessary in the life of a lawyer.

УДК 3054

РЕШЕНИЕ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ В ТРАСОЛОГИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Сабирова А.А.

arina.sabirova.05@bk.ru

Научный руководитель: Чугунова А А., ст. преподаватель

Казанский институт(филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Всероссийского государственного университета юстиции (РПА Минюста России)", г. Казань

Аннотация. Изучая математику, мы задаемся вопросом, где же пригодится та или иная тема. Обучаясь далее на определённую профессию, мы находим ответ на свой вопрос. Математика окружает нас повсюду и деятельность юриста не исключение. При раскрытии многих преступлений математические методы находят широкое применение.

Трасология — это отрасль криминалистической техники, изучающая закономерности и механизмы возникновения различных типов следов и разрабатывающая средства, приемы и методы их обнаружения, исправления и исследования следов для использования их при раскрытии преступлений.

При рассмотрении следов их можно разделить на следующие виды: волосы, волокна, стекло, краска, следы от выстрела, отпечатки и прочее (биоматериалы: останки, слюна, кровь, частицы кожи).[2]

При анализе следов используют различные методы: микроскопия и спектроскопия; химические испытания; ДНК-исследование; магнитно-резонансная и компьютерная томография; математические методы. Мы же остановимся подробнее на математических методах.[3]

Значение прикладных задач в криминалистике.

Решение прикладных задач имеет большое значение в криминалистике. Геометрические методы нашли большое применение, особенно в криминалистической технике, изучающей технические средства и методы работы с вещественными доказательствами.[1]

Благодаря их использованию можно точно зафиксировать материальные следы преступления и получить о них количественную информацию. Объективная фиксация размеров объектов доказательной ценности способствует их индивидуализации. Наличие в уголовном деле точных данных о размерах тех или иных предметов и их частей, а также удаленности предметов от места происшествия позволяет успешно проводить анализ вещественных доказательств для выяснения их роли в процессе, при подготовке к преступлению, обнаружении и скрытии следов преступления.

Методы проективной геометрии широко используются во многих методах исследования идентификации. Очень часто положения тригонометрии используются для решения практических задач, изучающих взаимосвязь между сторонами и углами треугольника. Многие важные для исследования вопросы проясняются с помощью тригонометрических функций. Последнее используется, например, в расчетах, производимых для определения точного местонахождения стрелка, в судебно-баллистической экспертизе, для определения ширины ножа из холодного оружия по размерам раны.

В криминалистике используются геометрические методы измерения и методы аналитической геометрии, которые являются методами элементарной алгебры и геометрии.

Геометрические методы следует применять для решения задач, применяемых при выполнении различных построений и расчетов, особенно в криминалистической измерительной фотографии.

Не менее важно использование геометрии при решении задач кодирования и распознавания графической информации. Так, например, любая графическая информация о различных объектах криминалистики шифруется при вводе в компьютер (почерк, следы, отпечатки). На основе методов кодирования были разработаны специальные алгоритмы для изучения объектов и следов разной сложности и расположенных под разными углами. Эти алгоритмы реализованы в виде компьютерных систем автоматического поиска информации о различных следах.

Если необходимо зашифровать графический объект, например, букву «П», ее изображение помещают в первую четверть прямоугольной системы координат и условно разбивают на элементарные части (точки или отрезки). Координаты этих элементов служат идентичной кодовой информацией о конфигурации данного письменного знака (объекта).

При решении некоторых криминалистических задач приходится определять параметры геометрических объектов. Например: Определить объём украденного перевезённого песка, если он находится на территории склада предпринимателя N.

Куча песка с точки зрения математика имеет форму конуса. Воспользуемся формулой объёма конуса V=1/3Sh, где S — площадь основания конуса, а h — высота его. Так как основание конуса является окружностью, то её площадь вычислим по формуле $S=\pi r^2$. Радиус конуса вычислим по формуле $r=C/2\pi$, где C — длина окружности, которую можно непосредственно измерить. Измерим дважды образующую конуса, для более точного результата. Итак, C = 16,5м., AC = AB = 3 м, BD = r = 16,5:6,28=2,6 м.

Высоту h конуса вычислим по теореме Пифагора.

$h = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{3^2 - 2.6^2} = \approx 5$ м. Подставим найденные значения и получим объём украденного песка.

V=1/3Sh, V=1/3·21,23·1,5=10,61 м. Плотность песка равна 1,3 т/куб. м.

Зная плотность песка, вычислим его вес. $m=V*\rho=10{,}61\cdot 1{,}3\approx 14$ тонн.

Масса украденного песка составляет приблизительно 14 тонн.

Изучая данную тему, можно сделать вывод, что полученные знания мы используем в повседневной жизни, а так же в профессиональной деятельности. Практически в каждой сфере нужны даже самые базовые знания курса математики и как видите, профессия юриста тоже не является исключением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Батычко В.Т.* Криминалистика в вопросах и ответах. Таганрог: ТТИ ЮФУ, 2019. С.56.
2. *Богодухова, Е.Д.* Исследование объектов судебно-технической экспертизы документов трасологическими методами: метод. рекомендации для экспертов / Е. Д. Богодухова. – Алма-Ата, 2013. С .37.
3. *Майлис Н.П. Трасология и трасологическая экспертиза.* Курс лекций. РГУП. Москва, 2015. С.19.

SOLUTION OF APPLIED PROBLEMS IN TRASOLOGY USING MATHEMATICAL METHODS

Sabirova A.A.

arina.sabirova.05@bk.ru

Supervisor:Chugunova A.A, teacher

Kazan Institute (branch) of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "All-Russian State University of Justice (RPA of the Ministry of Justice of Russia)", Kazan

Abstract. When studying mathematics, we ask ourselves where this or that topic is useful. Further studying for a certain profession, we find the answer to our question. Mathematics

surrounds us everywhere and the work of a lawyer is no exception. When solving many crimes, mathematical methods are widely used.

УДК *517.957*

К МОДЕЛИРОВАНИЮ ДВИЖЕНИЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

Садриев С. И., Каров Я. С.
sadrievsamat4@gmail.com, iarik.karov@mail.ru
Научный руководитель: Н.Т. Валишин, кандидат физико-математических наук, доцент
(Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ, г. Казань)

Аннотация. В данной работе на базе метода V-функции рассматривается моделирование траекторно-волнового движения гармонического осциллятора. Показывается способ нахождения дискретных значений энергии гармонического осциллятора.

Рассмотрим линейный гармонический осциллятор. В этом случае уравнение траекторного движения объекта(частицы)

$$m\ddot{x} = -kx \tag{1}$$

предполагает первый интеграл

$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{k\,x^2}{2} = E \tag{2}$$

Исходя из метода V-функции [1-12] траекторному движению частицы соответствует волновое движение, описываемое уравнением

$$\frac{\partial^2 V}{\partial\, t^2} - \dot{x}^2 \frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial\, x^2} \tag{3}$$

Волновое движение объекта, описываемое уравнением (3), взаимосвязано с его траекторным движением (1). Квадрат скорости объекта определяется из первого интеграла движения (2), т.е.

$$\dot{x}^2 = \frac{2E - kx^2}{m}. \tag{4}$$

Подставив (4) в уравнение (3), получим:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \left(\frac{2E - kx^2}{m}\right)\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0 \tag{5}$$

Волновая функция *V*(*x*, *t*) ищется в виде $V(x,t) = \psi(x)\phi(t)$. В результате разделения переменных из уравнения (5) получим следующие уравнения:

$$\phi'' + \omega^2 \phi = 0 \tag{6}$$

$$\psi'' + \frac{m\omega^2}{2E - kx^2}\psi = 0 \tag{7}$$

Исходя из метода V-фунции, начальные условия для функции $\psi(x)$ и $\phi(t)$, будут иметь вид:

$$\psi(x)|_{x=0} = \psi(0) = 0,$$
$$\psi'(x)|_{x=0} = \psi'(0) = C_1; \tag{8}$$

$$\phi(t)|_{t=0} = \phi(0) = 0,$$
$$\phi'(t)|_{t=0} = \phi'(0) = C_2. \tag{9}$$

Так конечное на отрезке решение $\psi(x)$, должно удовлетворять условию из уравнения (7), $\psi\left(x = \sqrt{\frac{2E}{k}}\right) = 0$, что допустимо лишь при определенных дискретных значениях собственных частот уравнения (7). Введем безразмерную величину $\xi = \frac{x}{\sqrt{\frac{2E}{k}}}$, тогда уравнение (7) принимает вид

$$\psi'' + \frac{\eta^2}{1-\xi^2}\psi = 0 \qquad (10)$$

где $\eta^2 = \frac{m\omega^2}{k} = \frac{\omega^2}{{\omega_0}^2}$.

Определим эти частоты численно из решения уравнения (10) с начальными условиями (8). Для этого введем вспомогательные функции

$$\psi_1 = \psi;$$
$$\psi_2 = \psi'.$$

и будем решать систему

$$\{\psi_1' = \psi^2;\ \psi_2' = \frac{\eta^2}{\xi^2-1}\psi_1.$$

Решение дифференциального уравнения с помощью кода (далее объяснение).

Файл main.py содержит функции solve_ode, display_graphic, function.

Solve_ode алгоритмом LSODA (Livermore Solver for Ordinary Differential Equations) решает систему дифференциальных уравнений, возвращает кортеж, где 0 элемент кортежа - это массив значений x, а 1 элемент содержит массив значений f(x).

Function содержит систему дифференциальных уравнений 1 порядка.

Display_graphic распечатывает график. На вход подаётся 2 массива значений x, f(x).

Тело __name__ == "__main__" запрашивает промежуток целых значений $\frac{\omega^2}{\omega_0^2}$. После ввода определим промежуток x = [0, constant], где constant = SquareRoot($\frac{2E}{K}$), разделим его на 10^5 частей. Для каждого целого значения $\frac{\omega^2}{\omega_0^2}$ проходимся циклом по всем x, рекуррентным способом получая решения f(x) для каждого x, и, если в конце цикла искомая функция обращается в 0 с погрешностью eps = 10^{-6}, считаем, что это дискретное значение $\frac{\omega^2}{\omega_0^2}$ нам подходит. В конце тела __name__ == "__main__" выводим все подходящие нам значения $\frac{\omega^2}{\omega_0^2}$ в промежутке, заданном изначально.

Графики получены с помощью файла printGraphic. данный файл импортирует инструменты из файла main и, при определенном ранее, подходящем нам $\frac{\omega^2}{\omega_0^2}$, решает систему дифференциальных уравнений, выводя при этом график, где мы видим наглядно, что действительно функция обращается в 0 при этом значении $\frac{\omega^2}{\omega_0^2}$.

С помощью кода получим определенные дискретные значения: [6, 20, 42, 72, 110, 156, 210, 272, 342, 420, 506, 600, 702, 812, 930] (n = [1, 1000])

$\eta_1^2 = \frac{\hbar^2\omega_1^2}{\hbar^2\omega_0^2} = 6$, $\eta_2^2 = \frac{\hbar^2\omega_2^2}{\hbar^2\omega_0^2} = 20$, $\eta_3^2 = \frac{\hbar^2\omega_3^2}{\hbar^2\omega_0^2} = 42$, $\eta_4^2 = \frac{\hbar^2\omega_4^2}{\hbar^2\omega_0^2} = 72$…

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Valishin N. T., Valishin F.T.* *V*-function method: some solutions of direct and inverse dynamics problems in a new statement// Latvian Journal of Physics and Technical Sciences 2019, N 1, pp.70-81.

2.*Valishin N. T.* To Physical Statement of a Controllability Problem. // Jour of Adv Research in Dynamical & Control Systems, Vol. 11, Special Issue-05, 2019, pp.1708-1713.

3.Valishin N., Moiseev S. A method of V-function: ultimate solution to the direct and inverse problems of dynamics for a hydrogen-like atom // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Vol 4, №5(88) (2017) pp.23-32

4. N T Valishin, A I Volkov, Z F Bildanova and V A Selivanova To continue the optical-mechanical analogy //Journal of Physics: Conference Series 1679 (2020) 022016

5. *Валишин Н.Т. Валишин Ф.Т., Моисеев С.А.* Траекторно-волновой подход к динамике электрона в атоме водорода. // Бутлеровские сообщения. Т.25.№5,2011г С.1-12

6. *Валишин Ф.Т., Валишин Н.Т.* Методологические горизонты казанской программы Н.Г.Четаева и продолжение оптико-механической аналогии. // Вестник КГТУ им. А.Н.Туполева №1, 2008.

7. *Валишин Н.Т., Павлова К.Е., Давыдов Н.В.* Метод V-функции: к моделированию движения объекта в потенциальном поле сил. //Вестник КГТУ им. А.Н.Туполева №3, 2009.

8. *Валишин Н.Т., Павлова К.Е., Халилова А.И.* Метод V-функции: решение прямой и обратной задачи динамики при движении объекта в центральном поле сил. //Вестник КГТУ им. А.Н.Туполева №3, 2010.

9. *Валишин Н.Т.* Вариационный принцип и задачи траекторно-волновой динамики. // Вестник КНИТУ-КАИ – 2014. №2. С.181-190.

10. *Валишин Н.Т.* Метод V-функции и оптико-механическая аналогия // Научно-технический вестник Поволжья №5, 2015. С.18-21.

11. *Валишин Н.Т. Ефимов А.А., Макшакова В.А.* Решения уравнения типа волнового для гармонического осциллятора// Научно-технический вестник Поволжья №12, Казань, 2018

12. *Валишин Н.Т., Павлова К.Е., Давыдов Н.В.* Метод V-функции: к моделированию движения объекта в потенциальном поле сил. //Вестник КГТУ им. А.Н.Туполева №3, 2009.

ON MODELING THE MOTION OF A HARMONIC OSCILLATOR

Sadriev Samat Ilchamovich, Karov Yaroslav Sergeevich
students of group 3138 of Kazan Scientific Research Technical University named after A.N.Tupolev, Russia, Kazan
sadrievsamat4@gmail.com, iarik.karov@mail.ru
Scientific Supervisor: N.T. Valishin, Associate Professor of the Department of Special Mathematics of Kazan National Research Technical University named after A.N.Tupolev, Kazan
Kazan National Research Technical University named after A.N.Tupolev, Kazan

Abstract. In this work, on the basis of the V-function method, we replaced the modeling of the trajectory-wave motion of a harmonic oscillator. A method for finding discrete values of an energy harmonic oscillator is shown.

УДК 004.942

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ С ВАРЬИРОВАНИЕМ ЧАСТОТЫ ОБЛУЧЕНИЯ.

Селедкина В.А.
vika.seledkina.03@mail.ru
Научный руководитель: Т.К. Гараев, кандидат технических наук, доцент
(Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ, Казань)

Аннотация

На основе математического моделирования проводится исследование воздействия поля электромагнитного излучения сверхвысокой частоты на диэлектрическую среду. Получены результаты нагрева диэлектрической среды в зависимости от изменения

частоты облучения источником электромагнитной волны. Данные исследования позволяют выбрать оптимальный режим в зависимости от поставленных задач поверхностного либо равномерного нагрева.

Как известно, задачами управления процессом теплопередачи с среде [1] при воздействии электромагнитной СВЧ волны занимаются многие ученые [2] по всему миру [3]. В процессе проектирования микроволновой установки необходимо задаться параметрами СВЧ камеры, которые позволяют выбрать с, применяя математическое моделирование. Одним из параметров источника СВЧ энергии является частота электромагнитной волны. Правильный выбор частоты при нагреве диэлектрической среды позволяет выбрать оптимальный режим термообработки. Для этого выбрана математическая модель [2] (на поло бесконечную диэлектрическую среду перпендикулярно падает плоская электромагнитная волна). Формула, описывающая этот процесс, имеет вид:

$$T(x,t)=T_0+\frac{F_e \overset{+}{S}_0}{2\alpha\lambda}\exp(-2\alpha x)(\exp(4\alpha^2 a^2 t)-1),$$

применяя которую созданы рад компьютерных программ, позволяющих получить наглядную картину нагрева среды. Исходные данные параметров математической модели и диэлектрической среды были выбраны:

t0=	20	начальная температура, *град*.
t =	60	время нагрева среды, *сек.*
e' =	3,40	дейст-я часть диэлектрической прониц-ти
e'' =	0,578	мнимая часть диэлектрической прониц-ти
A0=	20000	мощность источника э/м волны, *Вт*.
c0=	299,792458	скорость распр-я э/м волны в вакууме, *м/с*.
c =	1717,00	коэф. теплоёмкости среды, *Дж/(кг.К)*
Л =	1,15	коэф. теплопроводности, *Вт/(м.К)*
p=	1560,00	плотность среды, *кг/(м.К)*
h =	1	толщина слоя по оси *x ,метр.*
Гн=	1	коэф. отражения от нижней границы

Температурное поле на основе выбранных параметров имеет вид, рис 1.

При исследовании были выбраны разные частоты электромагнитной волны, разрешенные международными соглашениями: *f*=2450, 915, 433 *МГц*.

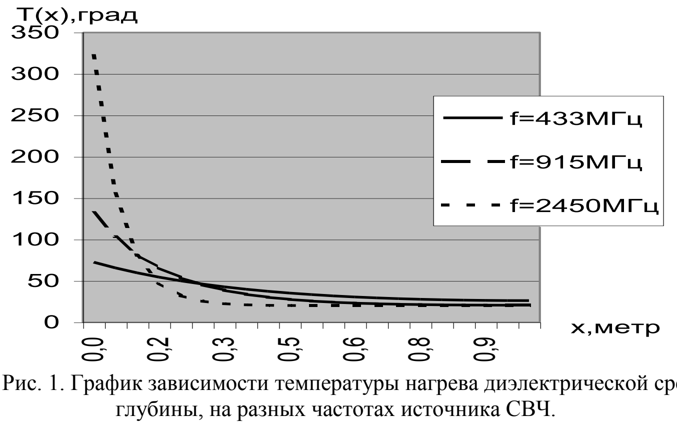


Рис. 1. График зависимости температуры нагрева диэлектрической среды от глубины, на разных частотах источника СВЧ.

Из рис. 1. видно, что на разной частоте воздействия, как в глубине, так и на его поверхности нагрев различен.

Воздействия на среду частотой 2450*МГц* распределение температуры в рис 1, т.е. происходит преимущественно на поверхности среды - температура высокая и резко спадает в глубине, по оси x. На более низкой частоте f=915*МГц* температура на поверхности среды меньше, однако, такого резкого спада температуры в глубине среды не наблюдается. При облучении среды частотой f=433*МГц* нагрев осуществляется более равномерно по глубине x, чем при высоких рассматриваемых частотах. При этом температура на поверхности среды ниже, чем в выше рассмотренных случаях, однако, резкого спада температуры не наблюдается, и даже в глубине температура нагрева при этой частоте выше, чем на других более высоких частотах.

Из полученных результатов выясняется, что для достижения равномерного нагрева по глубине среды, при проектировании СВЧ установок, целесообразно выбирать магнетроны, работающие на более низкой частоте, например,f=433*МГц*. Если же требуется создать локальный (поверхностный) нагрев нужно выбирать работу источника СВЧ на частоте f=2450*МГц*.

Выбирать частоту работы источника СВЧ можно в зависимости от поставленной задачи. Нагревая равномерно толстый слой диэлектрика, целесообразно применить f=433*МГц* или ниже. Для нагрева преимущественно поверхностного слоя лучше взять f=2450*МГц*, рис. 1. В некоторых случаях следует комбинировать разные режимы микроволнового нагрева. Так для приготовления пищевых продуктов в микроволновых печах можно сначала приготовить продукт в целом по всему объёму, используя частоту f=433*МГц*, затем при f=2450*МГц* достичь более высокий нагрев поверхностного слоя.

На практике часто требуется достичь равномерной температуры нагрева по всему объему обрабатываемой среды. В случае, если изделие не большой глубины (до десятка мм.), то более высокий нагрев можно осуществить на частоте f=2450*МГц*.

Для проектирования СВЧ устройств рассматривается конкретная задача применения установки. Учитываются предполагаемые функции и на какие материалы будет воздействовать СВЧ электромагнитная волна. Исследования показали, что на значение температуры и характер нагрева среды влияют факторы и параметры среды, например: характеристики источника СВЧ – частоты, мощности и т.п., параметров среды: $e^{/}$ и $e^{//}$ - действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости, c и λ - коэффициенты теплоёмкости и теплопроводности среды соответственно, ρ - плотности среды.

Чтобы точно предсказать работу МВТ нужно исследовать требуемый процесс работы МВК, это самый короткий и надёжный путь к проектированию МВК с высоким КПД.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Анфиногентов В.И., Гараев Т.К., Гарифуллин Э.И., Дараган М.А.* Об одной задаче управления процессом теплопередачи с среде с фазовым переходом. Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. 2011. № 3. С. 58-61.

2. *Гараев Т.К.* Методы и устройства повышения эффективности СВЧ комплексов обработки нефтепродуктов. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук / Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева. Казань, 2004.

3. *Гараев Т.К., Анфиногентов В.И., Морозов Г.А.* Способ микроволновой обработки жидкой водонефтяной смеси и устройство для его осуществления. Патент на изобретение RU 2327865 C1, 27.06.2008. Заявка № 2006140772/03 от 17.11.2006.

MATHEMATICAL MODELING WITH VARYING RADIATION FREQUENCY.

Seledkina V.A.
vika.seledkina.03@mail.ru
Scientific supervisor: T.K. Garaev, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
(Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev –KAI, Kazan)

Annotation
On the basis of mathematical modeling, the study of the effect of the ultrahigh frequency electromagnetic radiation field on the dielectric medium is carried out. The results of heating a dielectric medium depending on the change in the frequency of irradiation by an electromagnetic wave source are obtained. These studies allow us to choose the optimal mode depending on the tasks of surface or uniform heating.

УДК 531.3

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРАЕКТОРНО-ВОЛНОВОГО ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТА (ЧАСТИЦЫ) В ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ СИЛ

Смойлов К.А., Бабина С.В.
kvant3108@mail.ru, s2o5n1y7a@gmail.com
Научный руководитель: Н.Т. Валишин, к.ф.-м.н., доцент кафедры специальной математики КНИТУ-КАИ им. А.Н. Туполева
Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н.Туполева-КАИ, город Казань

В данной работе рассматривается метод V-функции как возможный математический аппарат моделирования траекторно-волнового движения объекта (частицы) в кулоновском поле сил. Анализируется возможность решения прямой и обратной задачи динамики на базе данного метода, в связи с чем проводится исследование волновой функции для объекта и определяется его траектория. Приводится способ нахождения конечного решения стационарного волнового уравнения.

Особое место в квантовой механике отводится корпускулярно-волновому дуализму (дуализму волны и частицы). То есть такому свойству квантового объекта, при котором он в одних может при одних условиях проявлять свойства классических волн, а при других — свойства классических частиц.

В данной работе рассматривается физическая реальность, в которой волновое движение объекта неразрывно связано с траекторным и наоборот. При описании примем, что движение частицы определяется физической волной, а наличие траектории свидетельствует о существовании частицы.

Поскольку в данной статье описывается моделирование траекторно-волнового движения объекта (частицы) в центральном поле сил с помощью метода *V*-функции, перед тем, перейти непосредственно к рассмотрению, обозначим, что понимается под методом *V*-функции.

Метод *V*-функции представляет собой математический аппарат для моделирования движения квантового объекта, траекторное движение которого сопряжено с волновым. [1-3]

Моделирование траекторно-волнового движения объекта включает в себя решение прямой и обратной динамики при движении в центральном поле сил. Прямую задачу динамики в данном случае можно представить в следующем виде: по заданным дифференциальным уравнениям, описывающим траекторию движения объекта, требуется определить волновую функцию.

Для этого введем вектор фазовых координат, однозначно определяющих состояние системы, $x(t) = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$, где $x \in R^n$, с помощью R^n обозначено n-мерное евклидово пространство, и время $t \in T$, с помощью T обозначен интервал времени. Рассмотрим систему дифференциальных уравнений, описывающих траекторию движения объекта:

$$\dot{x} = f(x) \ . \tag{1}$$

Уравнения (1) охарактеризуем как уравнения, определяющие состояние исследуемого объекта и удовлетворяющие теореме о существовании и единственности решений.

Введем однозначную, конечную, кусочно-непрерывную волновую функцию (V-функцию) $V = V(x,t)(x \in R^n, t \in T)$.

Следует отметить, что представленная выше волновая функция должна удовлетворять следующему уравнению:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \dot{x}^T W \dot{x} = 0, \quad W = \left[\frac{\partial^2 V(x,t)}{\partial x_i \partial x_j}\right]. \tag{2}$$

Для определения начальных условий рассмотрим следующие теоремы:

Теорема 1. Для перехода в новое состояние необходимо и достаточно существование V-функции, удовлетворяющей условию:

$$\Delta\left(\frac{dV}{dt}\right) = 0. \tag{3}$$

Теорема 2. [3-5]Движение объекта, описываемое системой дифференциальных уравнений (1), происходит так, что в каждый момент времени вектор фазовой скорости сонаправлен с градиентом волновой функции:

$$\frac{\partial V^T}{\partial x} F = |\lambda||\dot{x}| \, . \tag{4}$$

Принимая в рассмотрение физику процесса, удовлетворение V-функции условиям теоремы 1, 2 и условию связанности волновой функции с траекторией движения объекта, получаем начальные условия, имеющие вид:

$$V(x = x_M, t = t_o) = 0 \quad \text{и} \quad \left.\frac{\partial V(x,t)}{\partial t}\right|_{t=t_0} = \frac{\partial V(x,t_0)}{\partial t} = const \tag{5}$$

где x_M- точка, в которой находится объект.

Граничные условия могут быть представлены в следующем виде:

$$V(x_M,t) = 0;. \quad \frac{\partial V(x_M,t)}{\partial x} = k^{-1}\dot{x}(t) = k^{-1} f(x = x_M) \tag{6}$$

Обратная задача динамики представляется в виде: по заданной волновой функции определить траекторию движения объекта.

Рассмотрим движение в 3-х мерном пространстве. Согласно сохранения энергии:

$$\frac{m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)}{2} + U(x,y,z) = E\,. \tag{7}$$

где m - масса объекта;

U - потенциальная энергия;

E - полная энергия.

На основе закона сохранения энергии и уравнения (2) составим систему:

$$\begin{cases} \dfrac{m\vartheta^2}{2} + U = E, \\ \dfrac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \vartheta^2 \Delta V = 0. \end{cases} . \tag{8}$$

Преобразуем систему и перейдем к уравнению:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \frac{2(E-U)}{m}\Delta V = 0. \tag{9}$$

Проведем ряд преобразований, пользуясь методом разделения переменных$(V = V(x,y,z)T(t))$:

$$\frac{d^2T}{dt^2} + \omega^2 T = 0,$$
$$\frac{2(E-U)}{m}\Delta X + \omega^2 X = 0, \tag{10}$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, - оператор Лапласа

Поскольку движение объекта в данной работе рассматривается в центральном поле сил, то потенциальная энергия может быть представлена в виде:

$$U = -\frac{Ze^2}{m}, \tag{11}$$

где Ze - заряд ядра, r - расстояние между объектом и центром сил.

В результате второе уравнение системы (10) выражено следующим образом:

$$\frac{2(E + Ze^2/r)}{m}\Delta X + \omega^2 X = 0,. \tag{12}$$

Проведем ряд преобразований и получим:

$$\left(-\beta_0^2 + \frac{\alpha}{r}\right)\Delta X + \omega^2 X = 0, \tag{13}$$

где $\beta_0^2 = -\frac{2E}{m}$, $\alpha = \frac{2Ze^2}{m}$.

В ходе дальнейших преобразований перейдем к сферической системе координат, чтобы исключить из рассмотрения сферически несимметричные решения, применим метод разделения переменных и рассмотрим уравнение для радиальной составляющей:

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \frac{r^2\omega^2}{-\beta_0^2 + \frac{\alpha}{r}}R - l(l+1)R = 0 \quad . \tag{14}$$

Произведем замену: $R = \frac{u}{r}$ и разделим получившееся уравнение на r, отметим, что в данном случае u - некоторая кусочно-непрерывная, конечная функция:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \left(\frac{k_0^2\alpha}{\alpha - \beta_0^2 r} - k_0^2 - \frac{l(l+1)}{r^2}\right)u = 0, \tag{15}$$

где $k_0^2 = \frac{\omega^2}{\beta_0^2} = -\frac{\omega^2 m}{2E}$.

Рассмотрим решение данного уравнения [6-12].

При $l = 0$ уравнение (15) может быть решено через степенной ряд. Принимая во внимание асимптотическое решение $(r \to \infty)$, получим общее решение вида:

$$u = c_1 u_-(r) + c_2 u_+(r) = e^{-k_0 r} f_-(r) + e^{k_0 r} f_+(r). \tag{16}$$

При подстановке его в (15) при $l = 0$ получим следующие уравнения:

$$f_\pm''(r) \pm 2k_0 f_\pm'(r) + \frac{\beta_1}{r_0 - r} f_\pm(r) = 0 \tag{17}$$

Где $\beta_1 = k_0^2\alpha/\beta_0^2 = \frac{1}{2}Ze^2\omega^2 m_e/E^2$, а $r_0 = \alpha/\beta_0^2 = Ze^2/E$.

Как было сказано ранее, решение можно найти в виде степенного ряда $f_\pm(r) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m^{(\pm)}(r_0 - r)^m$. Подставив его в уравнение (17), получим:

$$\sum_{n=0}^{\infty}[(n+1)na_{n+1}^{(\pm)} \mp 2k_0 na_n^{(\pm)} + \beta_1 a_n^{(\pm)}](r_0 - r)^{n-1} = 0 \ . \tag{18}$$

Отсюда получаем, что $a_0 = 0$, а коэффиценты $a_{n+1}^{(\pm)}$ соответствуют следующему соотношению:

$$a_{n+1}^{(\pm)} = \frac{\pm 2k_0 n - \beta_1}{(n+1)n} a_n^{(\pm)}. \tag{19}$$

Ряд $f_+(r) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m^{(+)} (r_0 - r)^m$ обрывается ($a_m^{(+)} = 0$ при $m \geq n+1$) что приводит к решению:

$$u_{+,n}(r) = C \exp\{k_{0,n} r\} \sum_{m=1}^{n} a_m^{(+)} (r_{0,n} - r)^m \ , \tag{20}$$

где C - постоянная.

Отметим, что энергия электрона на n уровне равна $E_n = -\frac{Z^2 e^4 m_e}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}$ и не зависит от l. Из чего можно сделать вывод, что уравнение (15) при $l \neq 0$ удовлетворяет тем же значениям энергии как и при $l = 0$, следовательно, решения (15) могут быть построены на основе решения этого уравнения при $l = 0$ для соответствующих значений энергии.

Проведем преобразования уравнения (15):

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \left(\frac{k_0^2 r}{r_0 - r} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) u = 0 \tag{21}$$

Далее для удобства вычислений введем $x = \frac{r}{r_0}$:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \left(\frac{k_0^2 r_0^2 x}{1 - x} - \frac{l(l+1)}{x^2} \right) u = 0 \ , \tag{22}$$

где $k_0^2 r_0^2 = \frac{\omega^2 m_e}{2|E|} \left(\frac{e^2}{E} \right)^2 = \left(\frac{2E}{\hbar} \right)^2 \frac{m_e e^4}{2|E^3|} = \frac{2 m_e e^4}{\hbar^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}} = 4n^2$.

С учетом этого окончательное уравнение примет вид:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \left(\frac{4n^2 x}{1 - x} - \frac{l(l+1)}{x^2} \right) u = 0 \ . \tag{23}$$

Его начальные условия выглядят следующим образом: $u(x = 0) = 0;\ u'(x = 0) = \tilde{n}$.

Таким образом, можно сделать вывод, что метод *V*-функции может быть использован для моделирования траекторно-волнового движения объекта (частицы) в центральном поле сил, а также для установления правила квантования энергии водородоподобного атома. Связь траектории и волны описываются в данном методе, основываясь на локально вариационном принципе и решении прямой и обратной задачи динамики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Valishin N. T., Valishin F.T.* *V*-function method: some solutions of direct and inverse dynamics problems in a new statement// Latvian Journal of Physics and Technical Sciences 2019, N 1, pp.70-81.

2.*Valishin N. T.* To Physical Statement of a Controllability Problem. // Jour of Adv Research in Dynamical & Control Systems, Vol. 11, Special Issue-05, 2019, pp.1708-1713.

3.*Valishin N., Moiseev S.* A method of V-function: ultimate solution to the direct and inverse problems of dynamics for a hydrogen-like atom // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Vol 4, №5(88) (2017) pp.23-32

4. *N T Valishin, A I Volkov, Z F Bildanova and V A Selivanova* To continue the optical-mechanical analogy //Journal of Physics: Conference Series 1679 (2020) 022016

5. *Валишин Н.Т. Валишин Ф.Т., Моисеев С.А.* Траекторно-волновой подход к динамике электрона в атоме водорода. // Бутлеровские сообщения. Т.25.№5,2011г С.1-12

6. *Валишин Ф.Т., Валишин Н.Т.* Методологические горизонты казанской программы Н.Г.Четаева и продолжение оптико-механической аналогии. // Вестник КГТУ им. А.Н.Туполева №1, 2008.

7. *Валишин Н.Т., Павлова К.Е., Давыдов Н.В.* Метод V-функции: к моделированию движения объекта в потенциальном поле сил. //Вестник КГТУ им. А.Н.Туполева №3, 2009.

8. *Валишин Н.Т., Павлова К.Е., Халилова А.И.* Метод V-функции: решение прямой и обратной задачи динамики при движении объекта в центральном поле сил. //Вестник КГТУ им. А.Н.Туполева №3, 2010.

9. *Валишин Н.Т.* Вариационный принцип и задачи траекторно-волновой динамики. // Вестник КНИТУ-КАИ – 2014. №2. С.181-190.

10. *Валишин Н.Т.* Метод V-функции и оптико-механическая аналогия // Научно-технический вестник Поволжья №5, 2015. С.18-21.

11. *Валишин Н.Т. Ефимов А.А., Макшакова В.А.* Решения уравнения типа волнового для гармонического осциллятора// Научно-технический вестник Поволжья №12, Казань, 2018

12. *Валишин Н.Т., Павлова К.Е., Давыдов Н.В.* Метод V-функции: к моделированию движения объекта в потенциальном поле сил. //Вестник КГТУ им. А.Н.Туполева №3, 2009.

MATHEMATICAL APPARATUS FOR MODELING THE TRAJECTORY-WAVE MOTION OF AN OBJECT (PARTICLE) IN THE CENTRAL FORCE FIELD (HYDROGEN ATOM)

Smoylov K.A., Babina S.V.

kvant3108@mail.ru , s2o5n1y7a@gmail.com

Supervisor: N.T. Valishin, Candidate of Phys&Math Sciences, Associate Professor of the Special Mathematics Department, KNRTU-KAI named after A.N. Tupolev

Kazan National Research Technical University
named after A. N. Tupolev - KAI, Kazan

This article considers the V-function method as a possible mathematical apparatus for modeling the trajectory-wave motion of an object (particle) in a Coulomb field of forces. The possibility of solving the forward and inverse problems of dynamics on the basis of this method is analyzed, in this connection the study of the wave function for the object is carried out and its trajectory is defined. The method of finding the final solution of the stationary wave equation is given.

УДК 004

МАТЕМАТИКА В ПРОГРАММИРОВАНИИ

Сорокин Д.Г.

sorokindanil179@gmail.com

Научный руководитель: З.Р. Вахидова, доцент, к.т.н.

(Университет управления “ТИСБИ”, Казань)

Аннотация: математика закладывает основы анализа и построения алгоритмических моделей. Программирование — это автоматизация математических действий. Человеку нужно хорошо знать математику, чтобы быть программистом.

Частый вопрос у начинающих людей: нужна ли математика программисту? На этот вопрос нет точного ответа, потому что направлений в этой деятельности очень много. Где-то математические знания будут необходимы, а где-то - практически не нужны, но все языки программирования основаны на математике [1].

По словам академика А.П. Ершова «Программист должен обладать способностью первоклассного математика к абстракции и логическому мышлению в сочетании с эдисоновским талантом сооружать все, что угодно, из нуля и единиц. Он должен сочетать аккуратность бухгалтера с проницательностью разведчика, фантазию автора детективных романов с трезвой практичностью экономиста».

Знания в области математики позволяют писать программисту более эффективные коды, выстраивать заранее эффективность еще не написанных алгоритмов и лучше описывать объекты реального мира. Какие математические знание все-таки понадобятся в программировании? Разберемся в некоторых разделах математики: логика, теория вероятностей, комбинаторика, математическая статистика, линейная алгебра и теория графов [2].

Логика

Логика – это наука о правильном мышлении. Или в нашем случае – о правильной постановке команд, которые приведут к нужному результату. Компьютер состоит из материальных деталей и программного обеспечения. Они не могут работать без математической логики. В настоящее время логика используется во время написания программ на разных языках программирования, делая программы максимально удобными.

Например, есть парень, который любит играть в футбол. Нам необходимо создать программу, симулирующую футбольную игру. Для этого мы прописываем каждое действие поочередно:

1. Взять спортивную одежду.
2. Надеть ее.
3. Взять мяч.
4. Выйти на улицу.
5. Дойти до футбольного поля.
6. Поставить мяч на землю.
7. Ударить по мячу.

Теперь игра идёт так, как мы задумали.

Этот вариант простой. В настоящей программе действий будет больше. Каждое действие парня надо прописывать подробно.

Представьте количество команд, инструкций и сложность алгоритма в искусственном интеллекте. Сколько подробных инструкций предусматривает и прописывает программист, чтобы искусственный интеллект самостоятельно принимал решения [3].

Логика развивает нестандартное мышление, которое очень ценится у программистов.

Теория вероятностей

Теория вероятностей изучает закономерности, возникающие в случайных экспериментах. Благодаря теории вероятностей создаются нейросети, биржевые торговые роботы, крипто-анализ и алгоритмы шифрования. Этот раздел можно разделить на две части: дискретная и непрерывная. Дискретная теория разработана для явлений, которые описываются с определенным количеством возможных вариантов. Непрерывная базируется на явлениях, которые распределены в круге или на отрезке, то есть на плотном множестве. С помощью данного раздела математики также создаются игры. В пример можно привести шутер “Counter-Strike: Global Offensive”. Неотъемлемой частью разработки игр этого жанра является механика стрельбы. Игрокам не понравится если каждое оружие будет стрелять максимально точно. Механика стрельбы - самая важная часть игры. В игру добавляют разброс, чтобы оружие стреляло более реалистично. Используя случайные величины и их распределения можно проанализировать то, как будет работать оружие с заданным разбросом, и поможет внести необходимые корректировки.

Комбинаторика

Комбинаторика — это раздел математики, изучающий дискретные объекты, множества и отношения на них. Имеет разновидности комбинаций: перестановка, сочетание и размещение. Она учит вычислять количество возможных комбинаций для достижения цели. Комбинаторика является большой частью создания нейронных сетей и развития отрасли искусственного интеллекта. Так же применяется в криптографии [4].

Математическая статистика

Математическая статистика – наука, изучающая методы исследования закономерностей в массовых случайных явлениях и процессах по данным, полученным из конечного числа наблюдений за ними, с целью получения вероятностно-статистических моделей случайных явлений. В программировании она играет большую роль. Благодаря математической статистике создаются динамические программы. В задачах, где алгоритм неизвестен, нужно использовать ее [5].

Линейная алгебра

Линейная алгебра — это специальный раздел алгебры, который изучает линейные объекты. Важные для программирования темы: матрицы и векторы. Нужно знать базовые операции над ними. Во всех языках программирования при выполнении сложной задачи создается матрица значений. Она работает таким же образом, как и в математике. Для разработки игр понадобится получше изучить тему про векторы. Вектор нужен для того, чтобы запомнить положение, скорость и направление объекта. Для игр, где присутствуют стрельба и взрывы тоже нужно знание этого раздела, чтобы рассчитать расстояние между ними и ущерб, который они принесут.

Теория графов

Теория графов в последнее время широко используется в различных отраслях науки и техники. Быстрое развитие данная теория получила с созданием электронно-вычислительной техники, которая позволяла решить многие задачи алгоритмизации. Этот раздел нужен для того, чтобы понимать как устроены программы. Еще благодаря данной теории находятся кратчайшие пути к какой-либо цели. Для анализа и разрешения различных задач также понадобится теория графов. Для нахождения путей и определения цикличностей.

Вывод

Если же человек захочет стать в будущем хорошим программистом, то ему предстоит глубоко окунуться в математику. Дата-сайентисты, люди, которые трансформируют бизнес с помощью машинного обучения, анализируют данные, разбираются в бизнес-контексте и генерируют гипотезы по улучшению продуктов, звезды нынешней информационной эпохи, в совершенстве знают статистику, теорию игр, работу с матрицами, теорию графов и др.

Можно не знать математику и стать обычным программистом, но великолепным программистом без этих знаний стать не получится.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. https://habr.com/ru/post/591953/?
2. https://polycent.ru/blog/nuzhna-li-matematika-dlya-programmirovaniya/
3. https://loftschool.com/blog/posts/7
4. *Андерсон Джеймс А.* Дискретная математика и комбинаторика: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 960 с.
5. *Хаггарти Р.* Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Хаггарти Р. — Москва: Техносфера, 2012. — 400 с.

MATHEMATICS IN PROGRAMMING

Sorokin D.G.
sorokindanil179@gmai.com
Supervisor: Z.R. Vakhidova, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
(University of Management TISBI, Kazan)

Abstract: mathematics lays the foundations for the analysis and construction of algorithmic models. Programming is the automation of mathematical operations. A person needs to be good at math to be a programmer.

УДК 004

РАЗРАБОТКА ПЯТИОСЕВОГО РОБОТА-МАНИПУЛЯТОРА MAN-2

Столяренко Д.В.
denstol20020308@gmail.com
Научный руководитель: А.Ю. Погодина, доцент, к.ф-м.н.,
(Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева - КАИ, Казань)

Аннотация. В данном исследовании рассматривается процесс создания второго оригинального прототипа робота-манипулятора man2. Был разработан оригинальный программно-аппаратный комплекс для автоматизированного контроля роботов-манипуляторов, в том числе с использованием компьютерного зрения. Проведенные испытания подтвердили работоспособность нового прототипа man2.

Цель проекта – создание второго прототипа мобильного пятиосевого робота-манипулятора man2 для получения опыта разработки роботизированных кинематических систем и комплексного повышения квалификации во всех причастных к данным разработкам сферах, а также разработка системы компьютерного зрения для автоматизации задачи по управлению роботом-манипулятором.

Проблема данного исследования заключается в отсутствии в открытом доступе расчетов, чертежей и программного обеспечения для изготовления любительских роботов-манипуляторов.

Наши гипотезы состояли в том, что:

- Разработка обновленного прототипа 5-осевого робота-манипулятора возможна;
- Разработка собственной системы для контроля положения робота-манипулятора посредством ввода G-CODE команд возможна;
- Разработка собственной системы технического обучения робота-манипулятора возможна;
- Разработка собственной программы для автоматического управления роботом-манипулятором посредством компьютерного зрения возможна;

Для достижения цели проекта были поставлены следующие задачи:

- расчет кинематической модели 5-осевого робота-манипулятора;
- разработка и монтаж электрической схемы прототипа;
- проектирование, изготовление и сборка конструкции робота-манипулятора;
- разработка софта для работы робота-манипулятора и взаимодействия с ним оператора;

Для решения поставленных задач было решено использовать следующие методы:

- Сбор и анализ информации об устройстве и способах контроля положения современных роботов-манипуляторов;
- Изучение литературы по программированию на языках Python, OpenCV, Arduino;

Расчет кинематической модели пятиосевого робота-манипулятора

В текущем исполнении, робот-манипулятор может управляться с помощью декартовой или угловой системы координат (СК) с соблюдением ввода координат в абсолютном или относительном виде.

Когда робот-манипулятор управляется посредством ввода G-код команд, сперва работает парсер. Парсер принимает и разбирает команду на отдельные параметры и, сверяясь с действующим режимом СК, направляет полученные координаты в кинематическую модель.

Работа кинематической модели начинается с проверки соответствия координат заданному диапазону работы робота-манипулятора. Для работы данного алгоритма, в память манипулятора записываются все его основные параметры, такие как длинна каждого луча, габариты основания манипулятора.

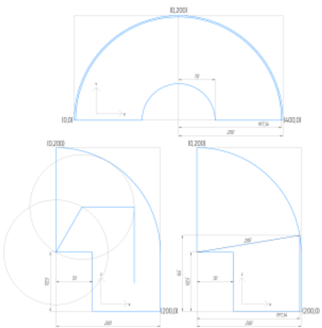


Рис. 1, 2 – Графическое и кодовое представление подсистемы проверки координат.

Кинематическая модель устроена следующим образом:

$$\mathrm{RAY_{OA}} = 112.5; \quad \mathrm{RAY_{AB}} = 100.0; \quad \mathrm{RAY_{CD}} = 145.0;$$

$$\mathrm{OFFSET_Z} = \mathrm{RAY_{CD}} - \mathrm{RAY_{OA}}$$

$$\mathrm{RANGE_Z} = 200.0; \quad \mathrm{RANGE_{xy}} = \sqrt{(2 * \mathrm{RAY_{AB}})^2 - (\mathrm{OFFSET_Z})^2}$$

$$\angle A = \ \mathrm{atan}\frac{y}{x};$$

$$\angle B = \left(\left(180 - \mathrm{acos}\frac{2 * \mathrm{RAY_{AB}}^2 - \sqrt{\mathrm{sq(x) + sq(y) + sq(z)}}}{2 * \mathrm{RAY_{AB}}^2}\right) * 0.5\right) + \mathrm{atan}\frac{\mathrm{z}}{\sqrt{x^2 + y^2}};$$

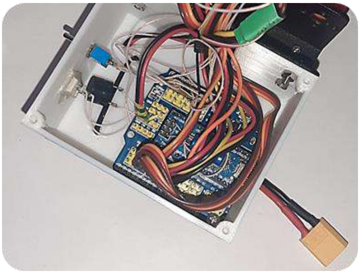
$$\angle C = 180 - \mathrm{acos}\frac{2 * \mathrm{RAY_{AB}}^2 - \sqrt{\mathrm{sq(x) + sq(y) + sq(z)}}}{2 * \mathrm{RAY_{AB}}^2};$$

$$\angle D = 180 - \left(\left(\left(180 - \mathrm{acos}\frac{2 * \mathrm{RAY_{AB}}^2 - \sqrt{\mathrm{sq(x) + sq(y) + sq(z)}}}{2 * \mathrm{RAY_{AB}}^2}\right) * 0.5\right) + \left(90 - \mathrm{atan}\frac{\mathrm{z}}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)\right);$$

$\angle E = \angle A;$ # Режим параллельности хвата к оси OX (M50/M51)

Разработка электрической схемы робота-манипулятора

Для того чтобы выполнять расчеты углов и воплощать их в настоящие движения манипулятора нужен контроллер и силовая установка. Для этих целей были задействованы: плата Arduino Nano с контроллером Atmega328p, вручную переделанные серводвигатели MG996R, понижающий преобразователь, кнопка, пьезо-динамик и тумблер.



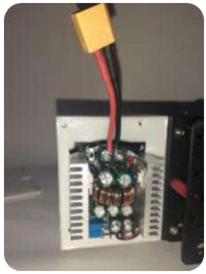
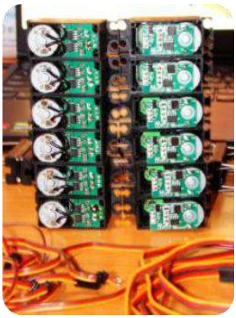


Рис. 3, 4 – Внутреннее устройство электрической схемы робота-манипулятора.

Серводвигатели были переделаны для возможности снятия потенциала от 0 до 5 вольт с их внутреннего потенциометра. Это необходимо для работы режима технического обучения.



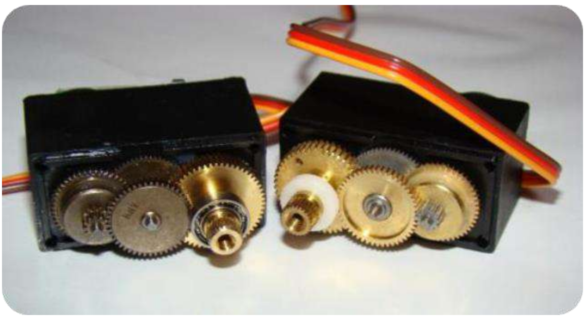
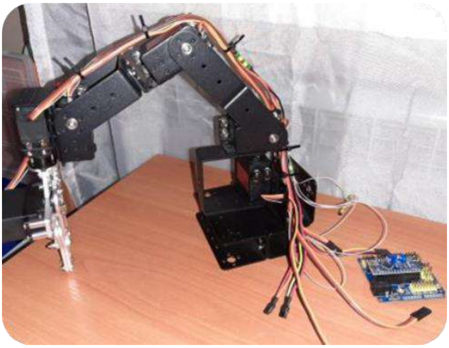


Рис. 5, 6 – Процесс переделки серводвигателей.

Сборка конструкции прототипа робота-манипулятора man2

В основе новой конструкции лежит алюминиевый конструктор. Для крепления отдельных функциональных частей, в САПР Компас-3D v20 были разработаны усиления конструкции, корпус электроники, расширение для хвата.



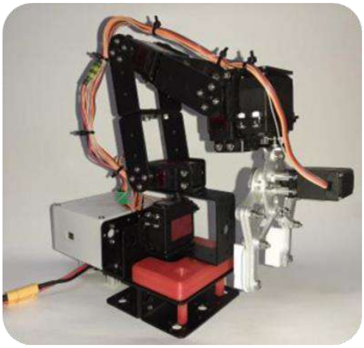


Рис. 7, 8 – Прототип робота-манипулятора в начале разработки и на момент 05.2022.

Написание программного обеспечения

За два месяца была разработана прошивка, которая удовлетворяет следующим требованиям:

1. Модульность (упрощает устранение багов в программе)
2. Код должен быть простым и быстрым (вследствии модульности и оптимизации)
3. Способы управления:
    a. Техническое обучение
    b. COM-порт
        i. USB/Bluetooth
        ii. Программно-аппаратный комплекс manVision

Кинематическая модель (второй версии), G-code парсер, техническое обучение, были запрограммированы на языке C++ в контроллер Atmega328p. Координаты вводятся в манипулятор через COM-порт (USB или Bluetooth подключение). Во время работы, контроллер делает до 600 вычислений углов в секунду. После вычислений, полученные углы применяются к настоящим осям манипулятора.

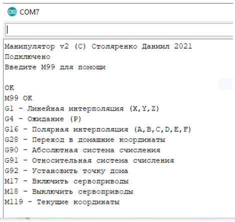


Рис. 9, 10 – терминал для ввода G-code команд и окно программы manVision.

Заключение

В заключении научно-практической работы отметим, что цели были достигнуты, поставленные задачи были выполнены, а также составленные гипотезы были подтверждены, а именно:

- Удалось разработать новый прототип пятиосевого робота-манипулятора;
- Действительно, нам удалось разработать систему парсинга G-кода;
- Получилось разработать систему технического обучения робота-манипулятора
- Была разработана программа для контроля положения робора-манипулятора с помощью машинного зрения;

По завершении работ команда получила новый опыт работы в следующих сферах:

- Стереометрия (математика);
- Радиоэлектроника;
- 3d-моделирование и инженерия;
- Программирование;

Будущее проекта

Год назад, когда был представлен первый макет манипулятора, было отмечено, что его кинематическая система масштабируема. Созданием второй модели man2 эти слова были подтверждены.

Следующим шагом в развитии проекта автор видит адаптивный автоматизированный контроль робота-манипулятора с использованием машинного зрения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Robot Manipulator Control Theory and Practice Second Edition, Revised and Expanded Copyright © 2004 by Marcel Dekker, Inc.Edition
2. Robotics and automation Dr. Ibrahim Al-Naimi

DEVELOPMENT OF THE MAN-2 FIVE-AXIS ROBOT MANIPULATOR

Stolyarenko D.V.
denstol20020308@gmail.com
Supervisor: A.Yu. Pogodina, Candidate of Physical and Mahtematical Sciences
(*Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev - KAI, Kazan)*

Abstract. This study examines the process of creating the second original prototype of the robot manipulator man 2. An original software and hardware complex was developed for automated control of robot manipulators, including using computer vision. The tests carried out confirmed the operability of the new man 2 prototype.

УДК 51

ФЛОРЕНС НАЙТИНГЕЙЛ: МЕДИЦИНА И СТАТИСТИКА

Тазеева К.Р.
etazeeva@mail.ru
Научный руководитель: С.Г. Матвеева, преподаватель математики, канд. с.-х. наук
(ГАПОУ «Казанский медицинский колледж», Казань)

Аннотация: медицинские сестры – основа здравоохранения, от работы медсестер зависит выздоровление пациентов. В Англии основу сестринского дела заложила Флоренс Найтингейл, в России Николай Пирогов. Флоренс Найтингейл была прекрасным математиком, основателем медицинской статистики.

Перед Всевышним и перед лицом медицинского сообщества,

- Я торжественно обещаю вести сознательный образ жизни, наполненный чистыми, доброжелательными помыслами, добросовестно и честно исполнять свои профессиональные обязанности.
- Я обязуюсь воздерживаться от злонамеренных поступков, злых помыслов и никогда сознательно не назначу лекарственных препаратов, которые могут нанести вред больному.
- Я сделаю все, что в моих силах, чтобы поддерживать и повышать уровень моей профессиональной подготовки и совершенствовать свои навыки.
- Я обязуюсь хранить в тайне всю конфиденциальную информацию, которая окажется в моем распоряжении во время общения с больными и их родственниками.
- Я буду самоотверженно помогать врачу в его работе и посвящу себя неустанной заботе о благополучии всех, за кого я ответственен

Клятва ФлоренсНайтингейл

Имя Флоренс Найтингейл (1820-1910) связывают с организацией сестринского дела. Международным комитетом красного креста учреждена медали имени Ф. Найтингейл. Со времени первого присуждения в 1920 году награждались выдающиеся медсестры из разных стран мира, в этом числе 46 советских женщин за самоотверженную работу и героизм, проявленные в годы Великой Отечественной войны 1941-1945 годов, в последнем награждении были медсестры из Китая, отмеченные за самоотверженную работу по борьбе с COVID-19.

День рождения Ф. Найтингейл, 12 мая, отмечается как Международный день медсестер.

Ф. Найтингейл родилась в 1820 г. в аристократической семье. Она получила всестороннее образование, какое тогда получали лишь мужчины. Современники отмечали, что Флоренс была разносторонне талантлива, свои способности она могла реализовать в самых различных сферах деятельности.

Флоренс мечтала стать медицинской сестрой. Отказавшись от легкой светской жизни, преодолев сопротивление родителей, она начала обучаться уходу за больными людьми: проходила обучение в Италии, Египте, Греции; работала в немецкой общине, помогала пастору ухаживать за больными и обездоленными.

В Англию Флоренс вернулась сложившимся человеком. Отец смирился, положил дочери пятьсот фунтов стерлингов годовой ренты и больше ей не мешал.

Давний друг Флоренс политик Синди Герберт, к тому времени ставший военным министром, назначил ее суперинтендантом при лондонской клинике по уходу за «больными леди», а проще говоря, обычными гувернантками и домашними учительницами. Это было именно то, чего она хотела. Благодаря ее хлопотам в больнице появились лифты, которые доставляли больным еду, звонки для вызова сиделок и многое другое.

В 1853 г. началась Крымская война. Правительство Англии приняло решение организовать службу сестер милосердия во главе с мисс Найтингейл. Тщательно отобрав 20 женщин для этой миссии, Найтингейл прибыла в расположение английских войск и начала работу в госпиталях г.Скутари (Турция). Благодаря уходу за раненными, соблюдению возможных санитарных норм, через полгода смертность снизилась с 42,7 до 2,2 %.

В Крымской войне 1853-1856 годов участвовали с одной стороны – Россия, с другой – Османская империя, Англия, Франция и Сардинское королевство.

С началом Крымской войны Николай Иванович Пирогов (1810-1881), имевший опыт работы в военно-полевой хирургии, уехал в Севастополь во главе отряда Крестовоздвиженской общины сестер милосердия. В основу первой в России общины сестер милосердия положена мысль: попечение о больных и другие формы милосердия могут быть делом личного подвига.

Когда пишут, что Ф. Найтингейл впервые организовала работу сестер милосердия, хочется напомнить следующее.

Сестринское дело в России возникло в 1803 году, когда появилась служба «сердобольных вдов». В 1803 году при Воспитательных домах Санкт-Петербурга и Москвы были основаны Вдовьи дома. Идея организации систематического ухода за больными специально обученным для этих целей персоналом принадлежит императрице Марии Федоровне.

В 1863 году был издан приказ военного министра Российской империи о введении по договоренности с Крестовоздвиженской общиной постоянного сестринского ухода за больными в военных госпиталях. Этот год можно считать годом рождения профессии медицинской сестры в России.

Вернувшись в Англию, Флоренс Найтингейл попыталась убедить власти провести реформу полевой медицины. Для этого ей нужны были доказательства того, что именно плохие условия становятся источником многих потерь. Она собирала статистику по причинам смерти в госпиталях, где работала. В этом она опиралась на работы Адольфа Кетле, одного из первых ученых, применивших статистику к исследованию социальных проблем. Данные она представляла в виде диаграмм, став одним из пионеров наглядного графического представления информации. Она использовала круговые диаграммы, сейчас носящие ее имя – Nightingalerosediagram.

Диаграмма Флоренс Найтингейл «петушиный гребень» показывает смертность солдат во время Крымской войны. Каждый из секторов соответствует одному месяцу (с апреля 1854 по март 1856). Площадь каждого сектора пропорциональна смертности. Голубой слой показывает смертность от болезней, красный слой показывает смертность от ран, и коричневый слой – смертность от других причин.

Помимо статистики военного времени она попыталась ввести обязательное заполнение анкет работниками больниц, чтобы получать статистическую информацию и в мирное время. Однако, даже несмотря на поддержку властей, анкеты не прижились.

24 июня 1860 г. в Лондоне при госпитале Святого Томаса была открыта первая в мире школа сестер милосердия под руководством Найтингейл. Воспитанницы этой школы получали основательную научную подготовку. Флоренс подчеркивала, что «по своей сути сестринское дело как профессия отличается от врачебной деятельности и требует

специальных знаний», что «дело управления в больницах должны взять на себя специально обученные сестры». Пользуясь современной терминологией, можно сказать, что Ф. Найтингейл заложила основы менеджмента в сестринском деле.

Менее известно, что Ф. Найтингейл стала заниматься медицинской статистикой, чтобы показать армейскому командованию и политикам, что в госпиталях больше солдат умирают от болезней и антисанитарией, чем от ран, полученных в боях. Найтингейл также выступала за улучшение санитарного состояния частных домов в Британии. Некоторые историки считают, что это помогло с 1871 по 1930 год увеличить среднюю продолжительность жизни почти на 20 лет.

Флоренс Найтингейл стала первой женщиной, получившей орден «За заслуги», первой женщиной, вступившей в ряды Королевского статистического общества, почетным членом Американского статистического общества.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Дорофеева С. И.* Математика и её окрестности: Монография. Казань: редакционно-издательский центр «Школа», 2022. – 82 стр.
2. *Беверидж К.* Взламывая математику/ Колин Беверидж М.: Издательство АСТ, 2019. – 336 с.
3. https://www.liveinternet.ru/community/2281209/post186704387
4. https://indicator.ru/medicine/florens-naytingeyl.htm?ysclid=l33r2djv3m
5. http://crbtroick74.ru/med-sister/nightingale/
6. https://www.prlib.ru/history/619634

FLORENCE NIGHTINGALE

Tazeeva K.R.
etazeeva@mai.ru
Supervisor: S.G. Matveeva, mathematics teacher, Candidate of Agricultural Sciences
(GAPOU "Kazan Medical College", Kazan)

Abstract: nurses are the basis of healthcare, the recovery of patients depends on the work of nurses. Florence Nightingale laid the foundations of nursing in England, and Nikolai Pirogov in Russia. Florence Nightingale was an excellent mathematician, the founder of medical statistics.

УДК 3054

РОЛЬ МАТЕМАТИКИ В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЮРИСТА

Фаррахова Е.Д., Швецова Н.П.
nsvecova831@gmail.com
Научный руководитель: Чугунова А. А., ст. преподаватель
Казанский институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования "Всероссийского государственного университета юстиции (РПА Минюста России)", г. Казань

Аннотация. Иногда будущие юристы не задумываются о том, насколько важна математика в их профессии. В целом, математика - это наука о структурах, порядке и взаимосвязях, исторически основанная на операциях подсчета, измерения и описания формы объектов. Математические объекты создаются путем идеализации свойств реальных или других математических объектов и записи их на формальном языке.

Математика – это очень важная и точная (формальная) наука, первоначально исследовавшая количественные отношения и пространственные формы. Для студента гуманитария математика, прежде всего это общеобразовательная дисциплина, которая используется во всех сферах.

Общие черты профессии юриста - юрист служит обществу и государству: его деятельность имеет общественный и государственный характер.

В юриспруденции, как и в математике, применяются одни и те же методы рассуждений, цель которых чаще всего - выявить истину. Любой правовед должен уметь рассуждать логически, уметь применять на практике индуктивный и дедуктивный методы. Занимаясь математикой, будущий правовед формирует свое профессиональное мышление, умения и навыки, которые применяет на практике.

Известно, что объекты, изучаемые правовыми науками, действительно социальны, многомерны и сложны. Информатизация всех сторон жизни общества, усложнение экономических и социальных отношений в условиях рыночных отношений в свою очередь ужесточает естественное осложнение систем и в сфере правовой деятельности. Это обуславливается использованием комплексного математического анализа своеобразных правовых систем, процессов в области государственного управления, правового регламентирования предпринимательства, информационной поддержки в области права, криминологии, информационного права и т. д. [5]

Математика наставляет думать абстрактно, но, к сожалению не каждый юрист придерживается этого принципа «Важно лишь то, что можно доказать».

В юридических вопросах можно применить несколько методов решения вопросов. Например, статистический метод, комбинаторный метод, методы теории вероятности.

Большую роль в юридических науках принадлежит качественному анализу. Использование математических инструментов и методов в настоящее время сосредоточено на решении практических проблем и задач.

Математические средства и методы изучения правовых систем обусловлены измерением однородных связей систем, они недоступны для универсальных связей правовой системы общества из-за их универсальности.

Арифметические и геометрические прогрессии применяют при расчетах в задачах, содержащих последовательности взаимосвязанных показателей «финансовых пирамид», а также в простых вычислениях в различных сферах правовой деятельности. При оценке правовых ситуаций, связанных с определением истинности и ложности информации, применяют логические законы, с расчетами. [1]

Одной из самых популярных юридических услуг на сегодняшний день является оказание содействия в оспаривании кадастровой стоимости недвижимого имущества клиентов. Математические знания в данном случае нужны юристу для определения размера налогооблагаемой базы с учетом установленной процентной ставки.

К помощи специалистов в области предпринимательского права часто приходят представители бизнеса, которым нужно оценить материальную выгоду, из которых формируется уставной капитал создаваемого предприятия. Хорошие знания в математике необходимы юристам, которые занимаются определением ликвидационной стоимости имущества компаний, в отношении которых планируется обездвижить предпринимательскую деятельность.

Специалистам в области семейного права важно правильно отобрать формулы для расчета долей совместно нажитого имущества, разделяемого в связи с расторжением брака. Такие же знания нужны юристам, занимающимся урегулированием процесса перехода права собственности к наследникам имущества, на которое претендуют один человек, находившихся со старым владельцем в разной степени родства.

При рассмотрении судебных дел, юристы рассчитывают математическое ожидание исхода какого-либо дела. [4]

Существует много постановлений Правительства РФ о каких-либо выплатах (субсидия, пенсия) требующие знания разнообразных формул при расчетах.

Математика, это средство познания, не заменяет юридические науки в их детальном содержимом анализе государственно-правовых проблем, а позволяет дополнять их для более большего познания именно правовой действительности. [3]

Математика понадобится юристу и при решении дорожно-транспортных происшествий, где устанавливаются траектории движения транспорта и время реакции участников движения.

Так же математика широко используется в криминалистике, например, при анализе брызг капель крови. В разделе судебно-медицинской экспертизы используются тригонометрические уравнения при расчете угла воздействия и траектории.

Разрушая математику, математическое образование, мы разрушаем общечеловеческую культуру, уничтожаем историю человечества. Всеобщая компьютеризация не только не уменьшила важность математического основания, но и, наоборот, установила перед ним новые задачи. [2]

В процессе познания действия математика играет значительную роль. На данный момент нет такой области знаний, где бы ни использовались математические методы и понятия. Математика заставляет нас думать, анализировать, размышлять. При формировании своего профессионального мышления любой юрист, как и любой математик, должен уметь рассуждать логически, иметь точность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Гнеденко Б.В.* Математика и математическое образование в современном мире / Б. В. Гнеденко. - М.: Просвещение, № 58. Изд. 2.2020. С. 153.
2. *Матузова Н. И., Малько А. В*. Математические методы в юридической науке – Изд-во СЮИ МВД России, 2017. С.102
3. *Моисеев С.И.* Математика для юристов и гуманитариев. Учебное пособие. Воронеж, ВФ МГЭИ, 2016. С. 68.
4. *Роганов Е. А., Тихомиров Н. Б., Шелехов А. М*. Математика и информатика для юристов: Учебник. — М.: МГИУ, 2017. С. 75.
5. *Тихомиров Н.Б., Шелехов А.М***.** Математика: Учебный курс для юристов. - М.: Юрайт, 2018. С.69.

THE ROLE OF MATHEMATICS IN THE PROFESSIONAL ACTIVITY OF A LAWYER

Farrakhova E.D., Shvetsova N.P.
nsvecova831@gmail.com
Supervisor: Chugunova A.A, teacher
Kazan Institute (branch) of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "All-Russian State University of Justice (RPA of the Ministry of Justice of Russia)", Kazan

Abstract. Sometimes future lawyers do not think about how important mathematics is in their profession. In general, mathematics is the science of structures, order and relationships, historically based on the operations of counting, measuring and describing the shape of objects. Mathematical objects are created by idealizing the properties of real or other mathematical objects and writing them in a formal language.

УДК 51

ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ, ИХ ПРИМЕНЕНИЕ И СРАВНЕНИЕ С ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ

Шакиров Р.С.
shakirov.ruman@yandex.ru
Научный руководитель: Дорофеева С.И.
(Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева – КАИ, г. Казань)

Аннотация: Рассматривается возникновение, применение гиперболических функций. Проводятся параллели между тригонометрическими и гиперболическими функциями.

Цель работы

Познакомиться с гиперболическими функциями, узнать их историю, наглядно показать связь с тригонометрическими функциями и разрушить барьер «страха сложных примеров», содержащих гиперболические функции.

Введение

Независимо друг от друга в 18 веке ученые Абрахам де Муавр (1707, 1722) и Иоганн Ламберт (1768 г.) открывают и исследуют удивительные гиперболические функции. Определяющие соотношения, которые будут рассмотрены далее, а также названия, которые используются до сих пор, мы получили благодаря трудам выдающегося математика Винченцо Риккати в 1757 году («Opusculorum», том I). Однако чаще всего гиперболические функции находят свое применение при решении задач неевклидовой геометрии Лобачевского.

Николай Иванович Лобачевский (1792-1856) – ректор Казанского университета (1827-1846), создатель неевклидовой геометрии.

Наш соотечественник и земляк Н.И.Лобачевский, используя наработки Иоганна Ламберта, пытался доказать непротиворечивость неевклидовой геометрии, с чем в итоге успешно справился. «Воображаемая геометрия» или «пангеометрия», по терминологии ее создателя, основана на противоречии постулату о параллельных линиях. Вместо нее Лобачевский применяет следующую аксиому: «Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести в плоскости, определяемой этой точкой и прямой, более одной прямой, не пересекающей данную прямую».

Геометрию Лобачевского также называют гиперболической.

О гиперболических функциях

Гиперболические функции широко используются в математике и ее приложениях, в геометрии Лобачевского, при изучении сопротивления материалов, в электротехнике и др.

Гиперболические функции определяются формулами:

$$\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \qquad \text{(гиперболический синус);}$$

$$\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \qquad \text{(гиперболический косинус);}$$

$$\operatorname{th} x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \qquad \text{(гиперболический тангенс);}$$

$$\operatorname{cth} x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} \qquad \text{(гиперболический котангенс).}$$

Гиперболические функции тесно примыкают к классу основных элементарных функций, хотя формально в него не включаются.

Сходства и различия между гиперболическими и тригонометрическими функциями

Вспомним об основном тригонометрическом тождестве: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, похожее соотношение присутствует и в гиперболических функциях: $\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1$

Данное выражение позволяет представить равнобочную гиперболу $x^2 - y^2 = 1$ в виде параметрического уравнения, где $x = \operatorname{ch} t$, а $y = \operatorname{sh} t$, при $t = 2S$ (S- площадь криволинейного треугольника OQR). (Рис. 1)

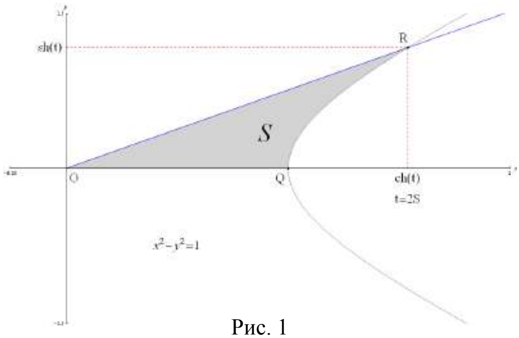


Рис. 1

Подобно описанной замене, все гиперболические функции определяются через данный параметр. Это объяснение аналогично классической тригонометрии, когда все стандартные функции $\sin x, \cos x, \tan x, \operatorname{ctg} x$ определяются через единичную окружность. Отсюда и схожие названия функций: синус – гиперболический синус.

А что насчет связи между тригонометрическими и гиперболическими функциями? На самом деле, кроме очевидной схожести в названии, эти функции обладают «красивыми» соотношениями:

$\cos x = \operatorname{ch} ix$; $\operatorname{ch} x = \cos ix$, где i – мнимая единица

$\sin x = -i \operatorname{sh} ix$; $\operatorname{sh} x = -i \sin ix$;

$\tan x = -i \operatorname{th} ix$; $\operatorname{th} x = -i \operatorname{tg} ix$;

$\cot x = i \operatorname{cth} ix$; $\operatorname{cth} x = i \operatorname{ctg} ix$;

Существуют также соотношения без комплексных чисел, такие связи называются функциями Гудермана (1798-1852).

Из определения $\operatorname{sh} x$ и $\operatorname{ch} x$ при $x > 4{,}5$ обе функции примерно равны $\frac{1}{2}e^x$. В отличии от $\sin x$ и $\cos x$ гиперболический синус и косинус не ограничены.

Как и тригонометрические функции, гиперболические, исходя из их определения, могут преобразовываться: по признаку четности-нечетности, по формулам сложения аргументов, формулам двойного и тройного угла, формулам понижением степени и так далее.

Более того, у гиперболических функций существуют обратные, ареа-функции («area» от латинского – «площадь»):

$$\operatorname{Arsh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \quad \text{(ареа-синус);}$$

$$\operatorname{Arch} x = \pm \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) \quad \text{(ареа-косинус);}$$

$$\operatorname{Arth} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} \quad \text{(ареа-тангенс).}$$

Эти функции также обладают «красивой» связью со своими тригонометрическими собратьями:

$-i \operatorname{Arsh} ix = \operatorname{Arcsin} x$
$-i \operatorname{Arch} x = \operatorname{Arccos} x$

Применение гиперболических функций

Гиперболические функции можно встретить при решении дифференциальных уравнений. Интегралы, зависящие от квадратичных иррациональностей, рационализируются с помощью гиперболических функций. Например,

$\int R(x, \sqrt{a^2 - x^2})\, dx$ подстановкой $x = a \operatorname{th} t$;

$\int R(x, \sqrt{a^2 + x^2})\, dx$ подстановкой $x = a \operatorname{sh} t$;

$\int R(x, \sqrt{x^2 - a^2})\, dx$ подстановкой $x = a \operatorname{ch} t$.

Формулы для данных выражений можно найти в любом справочнике по высшей математике.

Однако эти интегралы можно решать и другими способами: с помощью тригонометрических подстановок, по частям, по формулам приведения Остроградского.

Кроме того, как уже было сказано ранее, очень часто формулы гиперболических функций используются в геометрии Лобачевского для связи углов и сторон на столько специфичной поверхности.

Однако наибольший интерес, безусловно, вызывает применение этих необычных функций на практике, в нашем материальном окружении. Часто ли в современном мире мы сталкиваемся, например, с гиперболическим тангенсом? На самом деле – не очень часто, но функции все же нашли применение в отдельных отраслях.

Конкретно тангенс применятся в качестве функции активации в нейронных сетях. Эта функция очень эффективна, в частности потому, что ее градиент позволяет экономить драгоценные циклы вычислений, в отличии от других функций.

Функция $y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}$ – цепная линия, где a – расстояние от начала отсчета до дуги, описывает состояние свободно подвешенной за свои концы веревки. Длина дуги $L = a \operatorname{sh} \frac{x}{a}$. Поверхность, образованная вращением цепной линии вокруг оси Ox, называется катеноидом. Форму кривой провисания впервые рассматривал Г.Галилей (1638), которой считай ее параболой. Истинная форма кривой найдена Г.Лейбницем, Я. и И. Бернулли, Х.Гюйгенсом (он же предложил термин «цепная линия», 1690). Подобная форма очень часто применяется в проектировке арок и мостов, ведь она очень эффективно распределяет нагрузку.

Нередко гиперболические функции можно повстречать в теории относительности и релятивистской механике. Гиперболическая геометрия является геометрией вселенной. Всем известное золотое сечение, числа Фибоначчи и гиперболические функции отображают гармонию нашего мира, такой подход к исследованиям назвали золотым гиперболическим подходом.

Вывод

Гиперболические функции были открыты почти 2 века назад. Однако к ним за это время математики обращалось очень редко. Гиперболические функции, кроме всего прочего, призваны упрощать вычисления, они являются функциями замены выражений с экспонентой. Я убежден, что в недалеком будущем, когда машины начнут летать, а колонизация других планет станет реальностью, людям не удастся избежать громоздких вычислений при навигационных расчетах, они столкнуться с геометрией Лобачевского, и вот тогда эти функции станут по-настоящему «популярны».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Сафрай В.М. Справочник по высшей математике (для студентов ВУЗов) с примерами решения задач. М.: «Издательство – Элит», 2004. -365 с.

2. Широков П.А. Краткий очерк основ геометрии Лобачевского. - 2-е изд. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983, 80 с.
3. Математика. Большой энциклопедический словарь / Гл. ред. Ю.В.Прохоров – 3-е изд. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1998. – 848с.
4. Стрежнева, Е.В. Интегральное исчисление функций одной переменной: учебное пособие / Е.В. Стрежнева, В.И. Анфиногентов, М.А. Дараган, С.И. Дорофеева. – Казань: Изд-во КНИТУ-КАИ, 2019. – 220с
5. https://ru.wikipedia.org/wiki/Гиперболические_функции

HYPERBOLIC FUNCTIONS, THEIR APPLICATION AND COMPARISON WITH TRIGONOMETRIC FUNCTIONS

Shakirov R.S.

shakirov.ruman@yandex.ru

Scientific supervisor: S.I.Dorofeeva

(Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev-KAI, Kazan)

Abstract: The emergence and application of hyperbolic functions are considered. Parallels are drawn between trigonometric and hyperbolic functions.

СОДЕРЖАНИЕ

Электронное издание

Физико-математические, естественно-научные и социальные аспекты современного развития науки, техники и общества

Материалы II Городской молодёжной научной конференции

27 мая 2022 г., Казань

Систем. требования: Intel от 1,3 ГГц; Windows XP/Vista/10; дисковод CD-ROM; Adobe Reader.
Объем издания – 10,2 Мб

Тираж 11 экз.

ISBN 978-5-6047603-8-3
9 785604 760383