Н. Г. ЧЕТАЕВ.

Устойчивость и классические законы.

1. Нельзя не заметить факта, относящегося не столько к природе, сколько к структуре нашего знания, что все классические законы физики обладают известного рода устойчивостью. Глубокие корни такого интересного факта лежат, на мой взгляд, в способе, каким эти законы были найдены. А найдены были они почти одинаково: сначала из наблюдений или экспериментов были определены значения F_k некоторых физических величин, которые в конечном итоге не были, кроме как функциями Q_k переменных, определяющих состояния рассматриваемой материальной системы; после этого, а иногда и одновременно, следовал ряд гипотез, и та из них, какая давала для функций Q_k значения Φ_k, близкие к опытным F_k, признавалась за закон природы, по крайней мере до тех пор, пока не обнаруживались новые, несовместимые с принятой гипотезой опытные факты.

Необходимое и достаточное условие, чтобы гипотеза была признана за закон заключается отсюда в том, чтобы отклонения опытных значений F_k от теоретических Φ_k были бы меньше допустимых ошибок эксперитента ε

$$|F_k - \Phi_k| < \varepsilon.$$

Но это неравенство выражает известного рода устойчивость теоретической гипотезы по отношению к функциям Q_k, если на конкретное явление смотреть, как на теоретическое явление, возмущенное недоучтенными малыми силами и отклонениями начальных данных.

При возрастающей технике экспериментирования величина допустимой ошибки ε становится меньше, а число функций Q_k, возможных для непосредственного наблюдения, становится больше; поэтому требование малых отклонений теории от эксперимента приобретает в нашей системе знаний весьма существенное, жесткое значение. Признание известного рода устойчивости за законами, вытекающее из этого требования, я называю *постулатом устойчивости.*

2. Приведу несколько иллюстраций высказанной мысли.

Вообразим некоторую сплошную среду в положении свободного равновесия и пусть при малой деформации этой среды возникают некоторые внутренние силы. Какими должны быть эти консервативные силы согласно постулата устойчивости, если предположить, что среда изотропна, а неучитываемые (возмущающие) силы имеют порядок малости не меньше, чем 2, по отношению к малым сдвигам при деформации?

Согласно моей теоремы (*Comptes Rendus*, 1930 г.) силовая функция U упругих сил должна удовлетворять условиям известной теоремы Лагранжа об устойчивости равновесия при максимуме силовой функции. Если x_1, x_2, x_3 обозначают отклонения некоторой точки среды от своего положения равновесия, то из изотропии среды вид силовой функции определяется однозначно

$$U = -\kappa^2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2);$$

при этом очевидно, что устойчивость равновесия не нарушается от прибавления к функции U произвольных членов порядка малости больше, чем 2.

Сила, определенная такой функцией U, была открыта для изотропных, упругих сред Гуком и из-за хороших совпадений в статических испытаниях с экспериментом она признается за закон. Интересно отметить, что закон Гука не имеет динамической устойчивости при произвольных малых возмущающих силах (порядок малости больше, чем 1); поэтому с точки зрения постулата устойчивости становится понятным, почему раздаются серьезные голоса о неудовлетворительности закона Гука в некоторых динамических проблемах.

3. Какой вид должен иметь закон, постулирующий независимо от отдельно действующих сил известного рода устойчивость?

Хорошо известна общая теорема Ляпунова (*Общая задача об устойчивости движений*, стр. 61).—Если дифференциальные уравнения возмущенного движения таковы, что возможно найти знакоопределенную функцию V, производная которой V' в силу этих уравнений была бы или знакопостоянной функцией противоположного знака с V или тождественно равной нулю, то невозмущенное движение устойчиво. Согласно этой теоремы интересующий нас закон должен оговаривать существование некоторой функции со свойствами функции Ляпунова V. Такой закон действительно существует; это —второй закон термодинамики: „всякий происходящий в природе физический или химический процесс протекает в таком направлении, что сумма энтропий всех изменяемых процессом тел или остается постоянной или увеличивается“. Действительно, обозначая через S общую энтропию, а через S_0 ее максимум, замечаем, что определенно-отрицательная функция

$$V = S - S_0$$

удовлетворяет условиям теоремы Ляпунова, так как закон энтропии постулирует соотношение

$$\frac{dV}{dt} \geqslant 0.$$

4. Широко известно знаменитое открытие закона всемирного тяготения Ньютоном из законов движения планет Кеплера; эта история освещает постулат устойчивости с несколько иной стороны, чем в предыдущих примерах.

Кеплер из обработки наблюдений Тихо Браге нашел три закона движений планет:

1° планеты описывают вокруг солнца плоские кривые по закону площадей;

2° кривые суть эллипсы, имеющие в одном из фокусов солнце;

3° квадраты времен обращения пропорциональны кубам больших полуосей.

Из этих законов Ньютон вывел закон всемирного тяготения. По постулату устойчивости элементы, замеченные Кеплером, не могут быть, кроме как устойчивыми в законе Ньютона. Проверим! Элементы первого закона Кеплера (плоскость и закон площадей) очевидно являются устойчивыми не только в законе Ньютона, но и для произвольных центральных сил. В задаче двух тел, если рассматриваемая точка описывает по закону Ньютона эллиптическую траэкторию, движение будет устойчиво по отношению к величине

$$r - \frac{p}{1 + e \operatorname{Cos} \varphi},$$

где p и e—параметр и эксцентриситет эллипса, описываемого точкою в невозмущенном движении, а r и φ—радиус вектор точки в возмущенном движении и угол, составляемый им с наименьшим радиусом вектором в невозмущенном движении; этим предложением Ляпунова (*Общая задача*, стр. 13) устанавливается, что и во втором законе Кеплер вывел устойчивые элементы. Что в третьем законе Кеплер говорит об устойчивых элементах, установили Лаплас, Лагранж, Пуассон в известной теореме об устойчивости больших полуосей эллиптических орбит (Tisserand, *Traite de mecanique celeste* v. 1, p. 391—403).